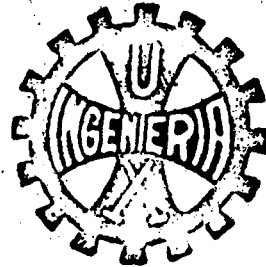


Universidad Nacional de Ingeniería
PROGRAMA ACADÉMICO DE CIENCIAS



**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
LICENCIADO EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN FÍSICA**

**Cálculo de Condiciones Críticas en el
Reactor Nuclear de Entrenamiento RPO**

Jaime A. Fernández - Baca Llamosas

JULIO - 1979, LIMA

A LA MEMORIA DE MI PADRE

RESUMEN

En el presente trabajo se realizan cálculos para predecir la altura crítica del reactor nuclear RPO del Instituto Peruano de Energía Nuclear para una configuración nuclear conocida. Los cálculos se realizaron:

- a) Suponiendo la homogeneidad del sistema
- b) Considerando la heterogeneidad del sistema

En cada uno de estos casos se utiliza la teoría del reactor asintótico, la teoría de difusión a un grupo energético térmico en tres regiones y la teoría de difusión a un grupo energético modificado en tres regiones. Cada una de estas teorías es deducida a partir de la ecuación de Transporte Neutrónico de Boltzman.

Se presentan los resultados experimentales de la determinación de la altura crítica de la configuración nuclear utilizada en los cálculos y se compara este valor con el de los cálculos. Se discuten los resultados y se concluye que la suposición de homogeneidad del sistema no es apropiada, sin embargo la teoría del reactor asintótico da en este caso resultados aceptables debido a que la ecuación de criticidad en este caso no es muy sensible a las correcciones de las secciones eficaces causadas por la heterogeneidad.

AGRADECIMIENTOS

Quisiera hacer presente mi más profundo agradecimiento a las personas que me ayudaron a la concretización de este trabajo:

- Al Dr. Henrique Machado J. (Organismo Internacional de Energía Atómica, Viena), quien me propuso el tema de tesis y con todo entusiasmo me dio los primeros lineamientos de ella.
- Al Prof. M.Sc. César Picón Ch. (Universidad Nacional de Ingeniería, Lima), quien accedió gustosamente a asesorarme en este trabajo, lo cual realizó con especial dedicación.
- Al Dr. Félix Difilippo (Comisión Nacional de Energía Atómica, Buenos Aires), quien me brindó varias sugerencias para la realización del trabajo durante su permanencia en Lima.
- Al Dr. Jorge Bravo C. (Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima), quien me brindó valiosas sugerencias para la culminación del trabajo.
- Al Ing. Gilberto Salas C. y al Lcdo. Ricardo Espinoza (Instituto Peruano de Energía Nuclear, Lima), quienes en su calidad de Jefes del Reactor Nuclear de entrenamiento RPO me brindaron todas las facilidades para la realización de este trabajo.
- Al Ing. Aurelio Arbildo (Instituto Peruano de Energía Nuclear, Lima), Jefe de Operación del Reactor RPO así como al personal operador del mismo, por haberme dado su abierta colaboración en la realización de la parte experimental del trabajo.
- Al Ing. Constantino León B. y al Sr. Máximo Lazo F. (Instituto Peruano de Energía Nuclear, Lima), quienes como miembros de la delegación del IPEN en Buenos Aires me ayudaron a conseguir parte de la bibliografía requerida para este trabajo, en esa ciudad.
- A mi madre, y a mi esposa Zoila quienes me alentaron en todo momento para la realización de este trabajo y me apoyaron en los momentos difíciles.
- A la Srta. Gabriela Patroni E., quien me ayudó eficientemente en el difícil trabajo de mecanografiado del trabajo.

- A la señorita Julieta Mangini Gárate, a la señorita Sandra García Morey y a la señorita Rosario Guevara por su gentil colaboración en los momentos más difíciles.

INDICE

	PAGINA
INTRODUCCION	1
CAPITULO 1	
La Ecuación de Transporte Neutrónico de Boltzman	
1.1.- Introducción	3
1.2.- La Ecuación de Transporte Neutrónico	3
1.3.- Interfases y Condiciones de Con...	
1.4.- La Ecuación de Transporte Independien te del Tiempo	9
1.5.- La Aproximación P-1	10
1.6.- La Aproximación P-1 y la Teoría de Difusión	15
1.7.- Limitaciones del Modelo	17
CAPITULO 2	
La Teoría del Reactor Asintótico	
2.1.- Introducción	19
2.2.- Fuentes de Fisión	19
2.3.- El Reactor Asintótico	20
2.4.- Criticidad en el Reactor Asintótico	22
2.5.- Validez de la Teoría del Reactor Asintótico	24
CAPITULO 3	
El Método Multigrupo	
3.1.- Introducción	30
3.2.- Obtención de las Ecuaciones de Difusión Multigrupo	31
3.3.- Solución de las Ecuaciones Multigrupo	34
3.4.- Las Ecuaciones a un sólo Grupo Térmico	37

3.5.-	El Reactor Asintótico a un solo Grupo Térmico	38
3.6.-	Condiciones Críticas a un solo Grupo. Reactor Asintótico	40
3.7.-	Condiciones de Contorno	41

CAPITULO 4

	Cálculos de Criticidad en el Reactor RPO	
4.1.-	Introducción	44
4.2.-	Cálculos que consideran la Homogeneidad del Reactor	46
4.2.A.-	Cálculos según la Teoría del Reactor Asintótico	47
4.2.B.-	Reactor de tres Regiones	48
4.2.C.-	Reactor de tres Regiones. Un Grupo Energético Modificado	53
4.3.-	Cálculos que consideran la Heterogeneidad del Sistema	55
4.3.A.-	Cálculos según la Teoría del Reactor Asintótico	58
4.3.B.-	Reactor de tres Regiones	58
4.3.C.-	Reactor de tres Regiones. Un Grupo Energético Modificado	59
4.4.-	Resumen	61

CAPITULO 5

	La Experiencia Crítica	
5.1.-	Introducción	64
5.2.-	Sistemas Pseudo-Críticos	65
5.3.-	La Experiencia Crítica	69

CAPITULO 6

	Conclusiones	
6.1.-	Introducción	73
6.2.-	Cálculos que consideran la Homogeneidad del Reactor	73

	PAGINA
6.3.- Cálculos que consideran la Heterogeneidad del Reactor	74
6.4.- Conclusiones	74
APENDICE I	
Notación y Definiciones	77
APENDICE II	
Identidades Vectoriales	81
APENDICE III	
Lema	
APENDICE IV	
El Laplaciano Geométrico en Geometría Cilíndrica	84
APENDICE V	
Ahorro por Reflector	86
APENDICE VI	
Expresiones para la Transformada de Fourier del Nucleo de Moderación de un Medio Infinito	89
APENDICE VII	
Método de Amouyal-Benoist-Horowitz para el Cálculo del Factor de Utilización Térmica	92
APENDICE VIII	
El Reactor de Entrenamiento RPO y la Instrumentación Utilizada	99
REFERENCIAS	107
INDICE DE TABLAS	110

INTRODUCCION

El objetivo principal de este trabajo de tesis es presentar métodos de cálculo de reactores, que por su simplicidad no exigen el uso de códigos de cálculo para computadoras.

En particular se enfoca el cálculo de la criticidad de un reactor nuclear. Se comienza formulando la ecuación de Transporte - Neutrónico de Boltzman y enfocando la dificultad de la búsqueda de una solución exacta.

Se plantea la aproximación P-1 y la teoría de difusión, que básicamente derivan de la ecuación de transporte neutrónico al considerar que el sistema neutrónico es casi isotrópico.

Se desarrolla la teoría del reactor asintótico y la condición de criticidad para esta teoría. Además se discute la validez de ésta.

Al enfocar el problema de que las secciones eficaces son funciones complicadas de la energía, surge la necesidad de plantear el método multigrupo, en el cual las secciones eficaces se consideran como constantes representativas de cada grupo energético. Sin embargo en el presente trabajo se realizan cálculos considerando tan sólo un grupo térmico de neutrones. La utilización de más grupos energéticos complica mucho el cálculo numérico y hace necesaria la utilización de computadoras.

Se realizan cálculos según la aproximación a la difusión en tres regiones y la teoría del reactor asintótico para el reactor nuclear RPO, considerando el sistema como homogéneo y como heterogéneo - con el fin de comparar los resultados de ambos casos.

Se plantea la necesidad de verificar los cálculos realizados por severas simplificaciones de la ecuación de transporte de Boltz

man y se describe el método experimental para efectuar esta verificación. Esta experiencia es la llamada experiencia crítica y es la que se realiza cada vez que se pone en marcha un reactor nuclear (en el que se tiene tan sólo un cálculo teórico de las condiciones de criticidad) y cada vez que se cambia de configuración nuclear. Se presenta el resultado de esta experiencia para verificar los cálculos sencillos realizados y se discuten los resultados.

En realidad el objeto de realizar cálculos simplificados no obedece a una cuestión de comodidad, si no al deseo de que este trabajo de tesis pueda ser útil a las personas que en nuestro medio se orienten hacia la física de reactores. Esta inquietud formaliza aludece al hecho de que en general los cálculos de criticidad, como los demás cálculos de la teoría de reactores se realizan por medio de enormes códigos para computadoras, en los que muchas veces se pierde el sentido físico de las operaciones que se están realizando.

En el Perú se vislumbra un auge de las materias nucleares y el autor considera útil en esta etapa inicial el presentar este trabajo que podría ayudar en una pequeña parte a la iniciación a los métodos de cálculo más sofisticados.

Por lo anteriormente expuesto no se espera obtener resultados muy precisos pero sí resultados que pueden ser interpretados físicamente a la luz de los modelos simplificados que se han mencionado.

CAPITULO 1

LA ECUACION DE TRANSPORTE NEUTRONICO DE BOLTZMAN1.1.- INTRODUCCION

Uno de los problemas centrales de los reactores nucleares, es la predicción de las condiciones bajo las cuales una configuración de un reactor será crítica. Un método de resolver este problema es establecer una ecuación que describa el comportamiento en el tiempo de la población neutrónica, y determinar las condiciones necesarias para la existencia de un estado estacionario de ésta. Tal ecuación es un simple enunciado de la conservación de neutrones y es una forma lineal de la ecuación de transporte de Boltzman.

En la deducción de dicha ecuación no se considera la probabilidad de interacciones neutrón-neutrón. Esto es debido a que las densidades neutrónicas son siempre de muchas órdenes de magnitud menores que las densidades atómicas, y por lo tanto la probabilidad de este tipo de interacciones es mínima.

Debido a que nos encontramos en las situaciones de estado estacionario, en el presente capítulo no consideraremos el efecto de los neutrones retardados.

1.2.- LA ECUACION DE TRANSPORTE NEUTRONICO

Consideremos la conservación de aquellos neutrones que están en un pequeño elemento de volumen d^3r , cuyas energías están entre E y $E + dE$ y cuyas velocidades están direccionadas en $d\bar{\Omega}$ alrededor de $\bar{\Omega}$: (ver figura 1.1).

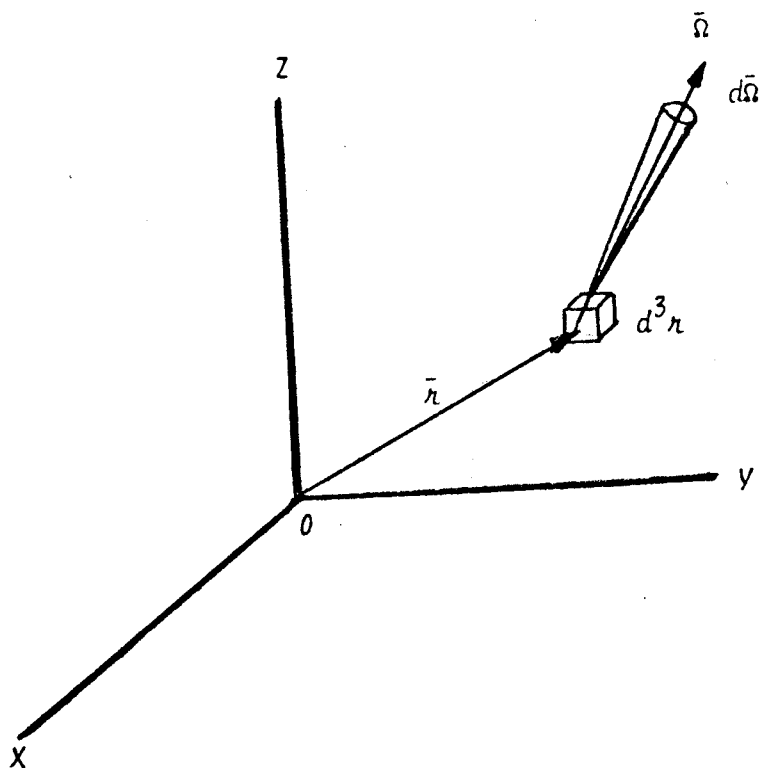


FIGURA 1.1

El balance neutrónico en un tiempo Δt debe ser:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Cambio de densidad} \\ \text{neutrónica durante } \Delta t \\ \text{(en } d^3 r dE d\bar{\omega}) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Fuentes - sumideros} \\ \text{(en } d^3 r dE d\bar{\omega} \Delta t) \end{array} \right] \quad (1.2.1)$$

El primer miembro de este balance, para un Δt suficientemente pequeño, es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Phi(\bar{r}, E, \bar{\omega}, t)}{v(E)} d^3 r dE d\bar{\omega} \right) \Delta t \quad (1.2.2)$$

Los sumandos del segundo miembro de la relación (1.2.1) incluyen dos términos:

- 1).- Las interacciones neutrón-núcleo que cambian la energía, y/o dirección del neutrón envuelto y lo sacan de d^3r o de $d\bar{\Omega}$ (o de ambos). El número total de eventos neutrón núcleo en d^3r será la longitud total del recorrido de todos los neutrones en d^3r dividida por el recorrido libre medio, esto es:

$$\nu N(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) d^3r dE d\bar{\Omega} \Delta t \times \frac{1}{\lambda_T} \quad (1.2.3)$$

o

$$\Sigma_T(\bar{r}, E) \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) d^3r dE d\bar{\Omega} \Delta t \quad (1.2.4)$$

- 2).- Los neutrones que fugan de d^3r sin colisionar en el tiempo Δt . El número de neutrones de $d\bar{\Omega}$ que entran en un elemento pequeño de superficie $d\bar{s}$ en el tiempo Δt , son aquellos en el cilindro de altura $v \Delta t$ y cuya sección es $\bar{\Omega} \cdot d\bar{s}$ (ver fig. 2.2).

La fuga neta puede expresarse así:

$$\left[\int_S \bar{\Omega} \cdot d\bar{s} \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) \right] d\bar{\Omega} dE \Delta t \quad (1.2.5)$$

donde S es la superficie de d^3r .

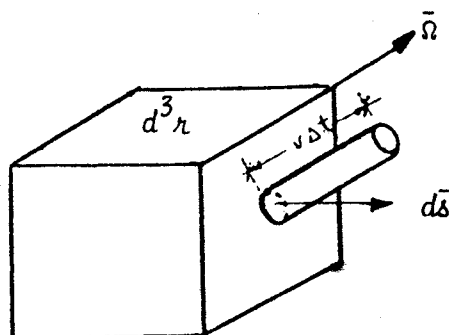


FIGURA 1.2

Aplicando el teorema de la divergencia tenemos que este término se puede escribir:

$$\left(\int_V \nabla \cdot \bar{\Omega} \phi(\bar{r}', E, \bar{\Omega}, t) d^3 r' \right) d\bar{\Omega} dE \Delta t \quad (1.2.6)$$

Si $d^3 r$ es suficientemente pequeño, la integral puede ser aproximada por:

$$\nabla \cdot \bar{\Omega} \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) d^3 r d\bar{\Omega} dE \Delta t \quad (1.2.7)$$

o

$$\bar{\Omega} \cdot \nabla \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) d^3 r d\bar{\Omega} dE \Delta t \quad (1.2.8)$$

(debido que $\bar{\Omega}$ es independiente de \bar{r}).

Los términos (1.2.4) y (1.2.8) representan la pérdida de neutrones en el espacio de velocidades sin cambio de coordenadas de posición y la pérdida de neutrones en el espacio de configuración sin cambio de coordenadas de velocidad respectivamente.

Las fuentes del segundo miembro de la relación (1.2.1) también incluyen dos términos:

- 1) Fuente directa de neutrones. Incluyen aquellos neutrones producidos por fisión o por fuentes de neutrones ajenas a ella (que llamaremos fuentes externas).

Definimos la función $S(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t)$ tal que "FUENTE DIRECTA" =

$$S(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) d^3 r dE d\bar{\Omega} \Delta t \quad (1.2.9)$$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = S(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) + \int_R d^3 r' \int dE' \int d\bar{\Omega}' \int_{-\infty}^t dt' S(\bar{r}; E; \bar{\Omega}', t') \times \\ \times P(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}, t' \rightarrow t) - \bar{\Omega} \cdot \nabla \phi - \Sigma_T \phi \quad (1.2.13)$$

donde $\phi = \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t)$

La existencia y unicidad de soluciones de la ecuación de transporte neutrónico, bajo restricciones físicamente razonables, han sido bien estudiadas. (3) (4).

1.3.- INTERFASES Y CONDICIONES DE CONTORNO

Frecuentemente se necesitan soluciones de la ecuación de transporte en regiones espaciales donde hay interfases entre materiales diferentes.

En estas interfases las secciones eficaces son discontinuas, sin embargo el flujo angular neutrónico debe ser continuo⁽¹⁾. Dicho de otra manera la función $\phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t)$ debe ser continua en \bar{r} .

En general la región de un reactor nuclear está limitada por una superficie convexa. Si a dicha región no entran neutrones de fuentes externas a ella y si un neutrón que sale por dicha superficie no tiene probabilidad de retornar a ella, se dice que el contorno es una superficie libre. La condición de contorno en los puntos \bar{r}_S de dicha superficie libre (que llamaremos S) es:

$$\phi(\bar{r}_S, E, \bar{\Omega}, t) = 0, \quad \text{si } \bar{n} \cdot \bar{\Omega} < 0 \quad (1.3.1)$$

donde \bar{n} es la normal saliente de la superficie S en el punto \bar{r}_S .

En situaciones prácticas, sin embargo, no es posible aislar completamente un sistema de su ambiente. Un neutrón que deja la superficie siempre tendrá una probabilidad de regresar a ella.

Hay casos en los que se puede considerar al reactor como infinito (cuando el tamaño del reactor es tal que los efectos geométricos son de importancia menor); la condición de contorno para estos reactores es que el flujo angular neutrónico debe mantenerse finito (salvo en inmediaciones de fuentes).

1.4.- LA ECUACION DE TRANSPORTE INDEPENDIENTE DEL TIEMPO

Estamos interesados principalmente en reactores críticos (i.e. aquellos en los que es posible obtener una población neutrónica independiente del tiempo sin necesidad de tener fuentes externas). Así nuestro problema es la solución de una ecuación integro-diferencial lineal homogénea con las condiciones de contorno mencionadas en la sección (1.3). Esto conduce a un problema de autovalores que da una solución independiente del tiempo para las condiciones críticas del sistema.

La versión independiente del tiempo de la ecuación (1.2.13) es:

$$\begin{aligned} \bar{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \Phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) &= \\ &= S(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \int_R d^3r' \int dE' \int d\bar{\Omega}' S(\bar{r}', E', \bar{\Omega}') \times \\ &\times P(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \end{aligned} \quad (1.4.1)$$

donde el nuevo núcleo independiente del tiempo se ha definido, como:

$$P(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) = \int_{-\infty}^t P(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}, t' \rightarrow t) dt' \quad (1.4.2)$$

Este último núcleo es independiente del tiempo debido a que el núcleo dependiente del tiempo depende sólo del intervalo $t' - t$

1.5.- LA APROXIMACION P-1

La ecuación de transporte obtenida no es, en su generalidad, soluble en forma analítica, de tal forma que se deben hacer algunas aproximaciones:

En primer lugar, digamos que $\phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega})$ es una función suficientemente buena de sus argumentos (i.e. continua o con un número finito de discontinuidades) y puede ser expandida en armónicos esféricos:

$$\phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \phi_{\ell m}(\bar{r}, E) Y_{\ell m}(\bar{\Omega}) \quad (1.5.1)$$

donde $\bar{\Omega}$ es la abreviación de los ángulos polares θ, ϕ .

La aproximación P-1 consiste en que solamente tomaremos los valores de $\ell = 0, 1$:

$$\phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) = \phi_{00}(\bar{r}, E) Y_{00}(\bar{\Omega}) + \sum_{m=-1}^1 \phi_{1m}(\bar{r}, E) Y_{1m}(\bar{\Omega}) \quad (1.5.2)$$

Y si tenemos en cuenta que:

$$\begin{aligned}\Omega_x &= \text{sen } \theta \cos \phi = \left(\frac{2\pi}{3}\right)^{1/2} (Y_{11}(\bar{\Omega}) + Y_{1-1}(\bar{\Omega})) \\ \Omega_y &= \text{sen } \theta \text{sen } \phi = -\left(\frac{2\pi}{3}\right)^{1/2} (Y_{11}(\bar{\Omega}) - Y_{1-1}(\bar{\Omega})) \\ \Omega_z &= \cos \theta = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/2} Y_{10}(\bar{\Omega})\end{aligned}\tag{1.5.3}$$

podemos definir los valores $\phi_0(r, E)$ y $\bar{\phi}_1(r, E)$, de tal forma que:

$$\phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) = \frac{\phi_0(\bar{r}, E)}{4\pi} + \frac{3}{4\pi} \bar{\phi}_1(\bar{r}, E) \cdot \bar{\Omega}\tag{1.5.4}$$

$\phi_0(\bar{r}, E)$ es un término isotrópico y $\bar{\phi}_1(\bar{r}, E) \cdot \bar{\Omega}$ es una componente anisotrópica para el flujo angular neutrónico.

Esto es, la aproximación realizada en (1.5.2) equivale a decir que estamos considerando un flujo "casi isotrópico", ya que tomamos en cuenta una sola componente anisotrópica.

Al integrar la ecuación (1.5.4) sobre $\bar{\Omega}$ encontramos:

$$\int_{4\pi} \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} = \int_{4\pi} \frac{\phi_0(\bar{r}, E) d\bar{\Omega}}{4\pi} + \frac{3}{4\pi} \int_{4\pi} \bar{\phi}_1(\bar{r}, E) \cdot \bar{\Omega} d\bar{\Omega}\tag{1.5.5}$$

y debido a que la segunda integral del segundo miembro se anula (ver identidad II.1 del apéndice II), podemos escribir:

$$\phi(\bar{r}, E) = \phi_0(\bar{r}, E)\tag{1.5.6}$$

Al multiplicar la ecuación (1.5.4) por $\bar{\Omega}$ e integrarla sobre $\bar{\Omega}$ encontramos:

$$\int \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) \bar{\Omega} d\bar{\Omega} = \int \frac{\phi_0(\bar{r}, E) \bar{\Omega} d\bar{\Omega}}{4\pi} + \frac{3}{4\pi} \int \bar{\phi}_1(\bar{r}, E) \cdot \bar{\Omega} \bar{\Omega} d\bar{\Omega}\tag{1.5.7}$$

la primera integral del segundo miembro se da según la identidad II.2 del apéndice II,

$$\int \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) \bar{\Omega} d\bar{\Omega} = \bar{\phi}_1(\bar{r}, E) \quad (1.5.8)$$

El primer miembro de (1.5.8) es:

$$\int \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) \bar{\Omega} d\bar{\Omega} = \int N(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) \bar{\Omega} d\bar{\Omega} = \bar{j}(\bar{r}, E) \quad (1.5.9)$$

Esto es:

$$\bar{j}(\bar{r}, E) = \bar{\phi}_1(\bar{r}, E) \quad (1.5.10)$$

Y la ecuación (1.5.4) se convierte en:

$$\phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) = \frac{\phi(\bar{r}, E)}{4\pi} + \frac{3}{4\pi} \bar{j}(\bar{r}, E) \cdot \bar{\Omega} \quad (1.5.11)$$

que es la base para la aproximación P-1.

Al integrar la ecuación (1.2.11) en su versión independiente del tiempo, sobre todo $\bar{\Omega}$, nos queda:

$$\begin{aligned} & \int d\bar{\Omega} \bar{\Omega} \cdot \nabla \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \int d\bar{\Omega} \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) = \\ & = \int d\bar{\Omega} S(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \int d\bar{\Omega} \int dE' \int d\bar{\Omega}' \Sigma_S(\bar{r}, E') \times \\ & \times \phi(\bar{r}, E', \bar{\Omega}') \times F(E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \end{aligned} \quad (1.5.12)$$

Sustituimos la ecuación (1.5.11) en el primer término de (1.5.12). Utilizamos las identidades II.1 y II.3 del apéndice II y obtenemos:

$$\int d\bar{\Omega} \bar{\Omega} \cdot \nabla \left(\frac{\phi}{4\pi} + \frac{3}{4\pi} \bar{j} \cdot \bar{\Omega} \right) = \nabla \cdot \bar{j}(\bar{r}, E) \quad (1.5.13)$$

Haciendo uso del momento cero de la frecuencia de dispersión $F_0(E' \rightarrow E)$ definido en el apéndice I, el último término de (1.5.12) es

$$\int dE' F_0(E' \rightarrow E) \phi(\bar{r}, E') \Sigma_S(\bar{r}, E') \quad (1.5.14)$$

La ecuación (1.5.12) queda por tanto:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{j}(\bar{r}, E) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \phi(\bar{r}, E) &= \\ = S(\bar{r}, E) + \int dE' F_0(E' \rightarrow E) \phi(\bar{r}, E') \Sigma_S(\bar{r}, E') & \quad (1.5.15) \end{aligned}$$

Se puede obtener otra ecuación que ligue $\phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega})$ con $j(\bar{r}, E, \bar{\Omega})$, multiplicando la ecuación (1.2.11), en su versión independiente del tiempo, por $\bar{\Omega}$ e integrándola sobre $\bar{\Omega}$:

$$\begin{aligned} \int d\bar{\Omega} \bar{\Omega} \bar{\Omega} \cdot \nabla \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \int d\bar{\Omega} \bar{\Omega} \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) &= \\ = \int d\bar{\Omega} \bar{\Omega} \bar{\Omega} S(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \int \bar{\Omega} d\bar{\Omega} \int dE' \int d\bar{\Omega}' \Sigma_S(\bar{r}, E') & \times \\ \times \phi(\bar{r}, E', \bar{\Omega}') F(E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \cdot \bar{\Omega}) & \quad (1.5.16) \end{aligned}$$

Sustituimos la ecuación (1.5.11) en el primer término de (1.5.16) y utilizando las identidades II.2 y II.4 del apéndice II nos queda:

$$\int d\bar{\Omega} \bar{\Omega} \bar{\Omega} \cdot \nabla \left(\frac{\phi}{4\pi} + \frac{3}{4\pi} \bar{j} \cdot \bar{\Omega} \right) = \frac{1}{3} \nabla \phi(\bar{r}, E) \quad (1.5.17)$$

Si asumimos isotropía de la fuente, el término $\int d\bar{\Omega} \bar{\Omega} \bar{\Omega} S(\bar{r}, E, \bar{\Omega})$ se anula.

En el último término de 1.5.16 aparece: $\int d\bar{\Omega} \bar{\Omega} F(E' \rightarrow E, \bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}')$ Debido a que $\bar{\Omega}$ es la variable de integración, y a la invarianza de rotación de F , esta última integral debe ser un vector proporcional a $\bar{\Omega}'$. Sea este resultado $A \bar{\Omega}'$; tomamos el producto escalar de la integral en consideración con $\bar{\Omega}'$ y tenemos:

$$A = \int d\bar{\Omega} \bar{\Omega}' F(E' \rightarrow E, \bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}') \equiv F_1(E' \rightarrow E) \quad (1.5.18)$$

que es el primer momento de la frecuencia de dispersión (definido en el a p ndice I): Con estos resultados y utilizando las definiciones de la co rriente angular neutrónica y de la corriente total, la ecuación (1.5.16) - queda:

$$\frac{1}{3} \nabla \phi(\bar{r}, E) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \bar{j}(\bar{r}, E) = \int dE' \Sigma_S(\bar{r}, E') \times \bar{j}(\bar{r}, E') \times F_1(E' \rightarrow E) \quad (1.5.19)$$

Las ecuaciones (1.5.15) y (1.5.19) constituyen las dos ecuaciones de la aproximación P-1.

También se puede obtener un par de ecuaciones de la aproxima - ción P-1 a partir de la ecuación (1.4.1), en forma análoga a la mostrada. Este par de ecuaciones es:

$$\nabla \cdot \bar{j}(\bar{r}, E) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \phi(\bar{r}, E) = S(\bar{r}, E) + \int_R d^3r' \int dE' P_0(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) S(\bar{r}', E') \quad (1.5.20)$$

$$\frac{1}{3} \nabla \phi(\bar{r}, E) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \bar{j}(\bar{r}, E) = \int_R d^3r' \int dE' P_1(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) S(\bar{r}', E') \quad (1.5.21)$$

donde los momentos cero y uno, P_0 y P_1 son definidos en forma similar a la de los momentos de la frecuencia de dispersión.

1.6.- LA APROXIMACION P-1 Y LA TEORIA DE DIFUSION

El segundo miembro de la ecuación (1.5.19) representa la contribución de neutrones, que tienen energías $E' > E$, al elemento de volumen $d^3r dE d\bar{\Omega}$ del espacio de fases. Esta contribución es casi la misma que la moderación de E a energías menores (i.e. suponemos que todos los neutrones que llegan a la energía E se moderan a energías menores). Hagamos la siguiente aproximación:

$$\int dE' \Sigma_S(\bar{r}, E') \bar{j}(\bar{r}, E') F_1(E' \rightarrow E) \approx \int dE' \Sigma_S(\bar{r}, E) \bar{j}(\bar{r}, E) F_1(E \rightarrow E') \quad (1.6.1)$$

Sustituimos esta aproximación en la ecuación (1.5.19) de forma de poder escribir:

$$\bar{j}(\bar{r}, E) = -D(\bar{r}, E) \nabla \phi(\bar{r}, E) \quad (1.6.2)$$

donde:

$$D(\bar{r}, E) = (1/3) (\Sigma_T(\bar{r}, E) - \Sigma_S(\bar{r}, E) \int dE' F_1(E' \rightarrow E))^{-1} \quad (1.6.3)$$

La relación (1.6.2) es conocida como la ley de Fick y el valor $D(\bar{r}, E)$ como coeficiente de difusión.

Aplicando la definición del primer momento de la frecuencia de dispersión $F_1(E' \rightarrow E)$, (ver ecuación 1.5.18), el segundo miembro de (1.6.1) queda:

$$\int dE' \int d\bar{\Omega}' \bar{\Omega}' \cdot \bar{\Omega} F(E \rightarrow E', \bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}') = \bar{\mu} \quad (1.6.4)$$

$\bar{\mu}$ es el valor esperado del coseno del ángulo de dispersión. Por lo tanto:

$$D(\bar{r}, E) = (1/3) (\Sigma_T(\bar{r}, E) - \bar{\mu} \Sigma_S(\bar{r}, E))^{-1} \quad (1.6.5)$$

Definimos la sección eficaz de transporte:

$$\Sigma_{tr}(\bar{r}, E) = \Sigma_T(\bar{r}, E) - \bar{\mu} \Sigma_S(\bar{r}, E) \quad (1.6.6)$$

de tal forma que el coeficiente de difusión se puede escribir:

$$D(\bar{r}, E) = (1/3) (\Sigma_{tr}(\bar{r}, E))^{-1} \quad (1.6.7)$$

Con estas consideraciones, al introducir la ecuación (1.6.2) - en (1.5.15) nos queda:

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot D(\bar{r}, E) \nabla \phi(\bar{r}, E) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \phi(\bar{r}, E) &= \\ = S(\bar{r}, E) + \int dE' F_0(E' \rightarrow E) \phi(\bar{r}, E') \Sigma_S(\bar{r}, E') & \quad (1.6.8) \end{aligned}$$

que es la ecuación de difusión neutrónica.

La ecuación de difusión neutrónica para el par de ecuaciones (1.5.20) y (1.5.21) es:

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot D(\bar{r}, E) \nabla \phi(\bar{r}, E) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \phi(\bar{r}, E) &= \\ = S(\bar{r}, E) + \int_R d^3 r' \int dE' P_0(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) S(\bar{r}', E') & \quad (1.6.9) \end{aligned}$$

El coeficiente de difusión para este caso es definido en forma análoga a (1.6.3).

Es importante anotar que ni en las ecuaciones de la aproximación P-1, ni en la ecuación de difusión se puede satisfacer la condición de contorno de anulación del flujo neutrónico en la superficie que contiene al reactor (Sección 1.3). Sin embargo se acepta que en estas aproximaciones se cumple la anulación del flujo neutrónico en una superficie extrapolada que llamaremos $S^{(1)(2)(3)}$. En la sección 3.5 se demuestra esta condición para el caso de neutrones monoenergéticos. De esta forma se considera que la región "R" del reactor es aquella que está contenida en S.

1.7.- LIMITACIONES DEL MODELO

En la derivación de la ecuación de transporte neutrónico se consideró al neutrón como una partícula puntual descrita completamente por su posición y velocidad. No se ha considerado efectos como la polarización de neutrones, la misma que no tiene efectos significativos en la práctica⁽¹⁾.

La ecuación de transporte neutrónico es válida para el valor medio del flujo angular neutrónico, ya que no se tomaron en cuenta las fluctuaciones estadísticas de la media.

La aproximación P-1 (ecuaciones 1.5.15 - 1.5.19 y 1.5.20 - 1.5.21) implica considerar sólo una ligera anisotropía del flujo angular neutrónico. Esta aproximación es bastante buena para reactores grandes (dimensiones de varios recorridos libres medios), lejos de las fronteras o interfases, donde el flujo angular puede ser representado por los primeros polinomios de Legendre.

En regiones donde el flujo angular es bastante anisotrópico (medios con sección eficaz de absorción grande, o reactores pequeños o cerca de las fuentes) la aproximación P-1 (y la teoría de difusión) falla.

En general para medios poco absorbentes se puede afirmar que la distribución exacta del flujo neutrónico tiene dos componentes: una "asintótica" que rige lejos de las fronteras y fuentes y una "transitoria" que rige en las inmediaciones de las fronteras y fuentes. La aproximación P-1 describe sólo la porción asintótica de esta distribución.

Para medios muy absorbentes la distribución de flujo neutrónico es casi en su totalidad transitoria.

CAPITULO 2

LA TEORÍA DEL REACTOR ASINTÓTICO2.1.- INTRODUCCION

En este capítulo se introduce la teoría del reactor asintótico, las condiciones de criticidad para éste y consideraciones sobre la validez de esta teoría.

En lineamientos generales se entiende por reactor asintótico aquel que está compuesto de una sola región convexa homogénea de dimensiones grandes con respecto al libre recorrido medio de los neutrones en el medio.

Se considera que en estos reactores "grandes", el conjunto "parece" infinito a los neutrones de las zonas centrales; de tal forma que es posible sustituir los núcleos de moderación, correspondientes al medio finito, por los núcleos de medio infinito como una buena aproximación.

De esta forma se convierte el problema en la solución de una ecuación integral con un núcleo de desplazamiento para un medio infinito, con las condiciones de contorno apropiadas.

Previamente establecemos que el término fuente externa de neutrones consiste en los neutrones provenientes de la fisión en el sistema.

2.2.- FUENTES DE FISION

No se ha especificado la naturaleza del término fuente directa de neutrones $S(\bar{r}, E, \bar{\Omega})$ (1.2.9) de la ecuación de transporte neutrónico de Boltzman. Debido a que las fisiones constituyen la única fuente de importancia en un reactor crítico, restringiremos el término general de fuente $S(\bar{r}, E, \bar{\Omega})$ a las fuentes de fisión. Consideramos que este proceso es isotrópico de tal forma que:

$$S(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) = \frac{\nu \delta(\bar{r}, E)}{4\pi} \int dE' \int d\bar{\Omega}' \Sigma_f(\bar{r}, E') \phi(\bar{r}, E', \bar{\Omega}') \quad (2.2.1)$$

$$\begin{aligned} S(\bar{r}, E) &= 4\pi S(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) \\ &= \nu \delta(\bar{r}, E) \int dE' \phi(\bar{r}, E') \Sigma_f(\bar{r}, E') \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

" ν " representa el número medio de neutrones producidos por fisión. En rigor $\nu = \nu(E')$, de tal forma que este factor debería estar incluido en la integral, pero debido a su leve variación con la energía del neutrón que induce la fisión, en la práctica se le considera constante.

" $\delta(E)$ " es el espectro de neutrones de fisión.

Al sustituir este término en la ecuación de difusión (1.6.9):

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot D(\bar{r}, E) \nabla \phi(\bar{r}, E) + \Sigma_T(\bar{r}, E) \phi(\bar{r}, E) &= \\ = \nu \delta(\bar{r}, E) \int dE' \phi(\bar{r}, E') \Sigma_f(\bar{r}, E') + \\ + \nu \int_R d^3\bar{r}' \int dE' P_0(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) \delta(\bar{r}', E') \int dE'' \phi(\bar{r}', E'') \times \\ \times \Sigma_f(\bar{r}', E'') \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

2.3.-

EL REACTOR ASINTOTICO

Consideremos un reactor desnudo de una sola región homogénea.

La condición de homogeneidad consiste en general, en que los materiales del reactor estén dispuestos homogéneamente o que las "inhomogeneidades" sean pequeñas en comparación al recorrido libre medio para un -

neutrón. De esta forma el neutrón no es capaz de "darse cuenta" de la homogeneidad.

En el caso de inhomogeneidades periódicas es frecuentemente posible hallar un conjunto de constantes físicas que resultan en el mismo comportamiento del reactor al considerar estas subestructuras periódicas (o celdas) como homogéneas ⁽¹⁾.

Consideremos además que en la ecuación (2.2.3) podemos utilizar el momento cero del núcleo de moderación para un medio infinito, $P_{0\infty}(|\bar{r}-\bar{r}'|, E' \rightarrow E)$ en todo el espacio, en lugar del momento cero del núcleo de un medio finito en la región R del reactor. La condición de contorno de reflexión en la superficie S del reactor permanece inalterada.

Nótese que $P_{0\infty}$ depende de $|\bar{r}-\bar{r}'|$ y no de $\bar{r}' \rightarrow \bar{r}$.

Con estas consideraciones la ecuación de difusión (2.2.3) queda:

$$\begin{aligned} -D(E) \nabla^2 \phi'(\bar{r}, E) + \Sigma_T(E) \phi'(\bar{r}, E) &= \\ &= \nu f(E) \int dE' \phi'(\bar{r}, E') \Sigma_f(E') + \\ &+ \nu \int_{\text{todo el espacio}} d^3\bar{r}' \int dE' f(E') P_{0\infty}(|\bar{r}-\bar{r}'|, E' \rightarrow E) \int dE'' \phi'(\bar{r}', E'') \Sigma_f(E'') \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

$$\phi'(\bar{r}, E) = 0 \quad \forall \bar{r} \in S \quad (2.3.2)$$

Consideremos que las soluciones de las ecuaciones (2.2.3) y (2.3.1) cumplen la condición:

$$\phi'(\bar{r}) = \phi(\bar{r}) \quad \forall \bar{r} \in R \quad (2.3.3)$$

$\phi'(\bar{k})$ y $\phi(\bar{k})$ son las soluciones para las ecuaciones (2.3.1) y (2.2.3) respectivamente).

El reactor para el cual son válidas estas condiciones es llamado "reactor asintótico" (5).

Las condiciones para la validez de la ecuación del reactor asintótico serán consideradas en la sección (2.5).

2.4.- CRITICIDAD EN EL REACTOR ASINTOTICO

Tomemos la transformada de Fourier de la ecuación del reactor asintótico (2.3.1) (notemos que la última integral espacial es una integral de convolución).

Denotemos por $\tilde{\phi}(\bar{k})$ la transformada de Fourier de la función $\phi(\bar{r})$ y \bar{k} es la variable de la transformada:

$$\begin{aligned} D(E) k^2 \tilde{\phi}(\bar{k}, E) + \Sigma_T(E) \tilde{\phi}(\bar{k}, E) &= \\ = \nu \delta(E) \int dE' \tilde{\phi}(\bar{k}, E') \Sigma_f(E') + & \quad (2.4.1) \\ + \nu \int dE' \delta(E') \tilde{P}_{0\infty}(k^2, E' \rightarrow E) \int dE'' \Sigma_f(E'') \tilde{\phi}(\bar{k}, E'') \end{aligned}$$

$P_{0\infty}$ es una función de la magnitud de \bar{k} , o k^2 , debido a que $P_{0\infty}$ depende sólo de la magnitud de su argumento.

Factorizando el primer miembro de (2.4.1), dividiendo toda la ecuación entre $(D(E) k^2 + \Sigma_T(E))$, multiplicándola por $\Sigma_f(E)$, integrando sobre E y reordenando:

$$\begin{aligned} \int \tilde{\phi}(\bar{k}, E) \Sigma_f(E) dE &= \left(\nu \frac{\int \delta(E) \Sigma_f(E) + \Sigma_f(E) \int dE' \tilde{P}_{0\infty}(k^2, E' \rightarrow E) \delta(E')}{D(E) k^2 + \Sigma_T(E)} dE \right) \\ &\times \int \tilde{\phi}(\bar{k}, E'') \Sigma_f(E'') dE'' \quad (2.4.2) \end{aligned}$$

La ecuación 2.4.2 tiene solo solución trivial de $\tilde{\phi}$ a menos que:

$$1 = \nu \int \frac{\delta(E) \Sigma_f(E) + \Sigma_f(E)}{D(E) k^2 + \Sigma_T(E)} \int dE' \tilde{P}_{\infty}(k^2, E' \rightarrow E) \delta(E') dE \quad (2.4.3)$$

Esta ecuación es monótonamente decreciente en k^2 , de tal forma que po see solamente una raíz positiva que denotamos $k^2 = B_m^2$. " B_m^2 " es el llamado "laplaciano" (buckling) material del reactor (llamado "material" debido a que depende solamente de la composición del reactor).

Definimos:

$$k_{ef} = \nu \int \frac{\delta(E) \Sigma_f(E) + \Sigma_f(E)}{D(E) k^2 + \Sigma_T(E)} \int dE' \tilde{P}_{\infty}(k^2, E' \rightarrow E) \delta(E') dE \quad (2.4.3)$$

" k_{ef} " es la llamada "constante de multiplicación efectiva"⁽²⁾ del sistema. Con esta definición la condición de criticidad se reduce a:

$$k_{ef} = 1 \quad (2.4.4)$$

De tal forma que el único valor k^2 que hace crítico el reactor es $k^2 = B_m^2$.

Una propiedad importante del reactor asintótico en estado de criticidad es que el flujo neutrónico $\phi(\bar{r}, E)$ (valor estacionario) es separable en espacio y energía:

$$\phi(\bar{r}, E) = \phi(\bar{r}) \psi(E) \quad (2.4.5)$$

(Primer teorema fundamental de la teoría de reactores⁽⁶⁾).

Además la distribución espacial $\phi(\bar{r})$ es una solución de la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 \phi(\bar{r}) = -B_m^2 \phi(\bar{r}, E) \quad (2.4.6)$$

Para probar la ecuación (2.4.6) escribimos la antitransformada de Fourier de la distribución espacial:

$$\phi(\bar{r}) = (2\pi)^{-3} \int e^{-i\vec{k} \cdot \bar{r}} \tilde{\phi}(\vec{K}) d^3K \quad (2.4.7)$$

Tomamos el laplaciano de esta última expresión:

$$\nabla^2 \phi(\bar{r}) = -(2\pi)^{-3} \int k^2 e^{-i\bar{k}\cdot\bar{r}} \tilde{\phi}(\bar{k}) d^3k \quad (2.4.8)$$

donde el único valor no trivial de $\tilde{\phi}$ es cuando $k^2 = B_m^2$; de tal forma que:

$$\nabla^2 \phi(\bar{r}) = -B_m^2 (2\pi)^{-3} \int e^{-i\bar{k}\cdot\bar{r}} \tilde{\phi}(\bar{k}) d^3k \quad (2.4.9)$$

que es justamente la ecuación (2.4.6) con autovalor igual a B_m^2 .

La ecuación de Helmholtz (2.4.6) tiene un conjunto infinito de soluciones ortogonales y sus autovalores B^2 son todos positivos. Al imponer la condición de contorno de anulación del flujo en la superficie (ver sección 4.6) sólo la primera autofunción (correspondiente al menor autovalor) de la ecuación de Helmholtz no se anula en el interior del reactor. Al menor autovalor se le conoce con el nombre de laplaciano (o "buckling") geométrico (B_g^2) del sistema.

De esta forma notamos que, el flujo neutrónico es justamente la solución fundamental de la ecuación (2.4.6), esto es:

$$B_m^2 = B_g^2 \quad (2.4.10)$$

Esta es la condición necesaria para la criticidad del sistema.

Los demás autovalores son mayores que B_g^2 y por lo tanto conducen a valores de k_{ef} menores que la unidad. Por este motivo el flujo independiente del tiempo tiene la forma de la primera autofunción de la ecuación de Helmholtz.

2.5.- VALIDEZ DE LA TEORIA DEL REACTOR ASINTOTICO

En 2.4 se mencionó que la teoría del reactor asintótico consiste en el cumplimiento de la relación (2.3.3) donde ϕ y ϕ' son soluciones de (2.2.3) y (2.3.1) respectivamente.

Si se cumple (2.3.3) entonces las ecuaciones (2.2.3) y (2.3.1) son equivalentes y se debe cumplir la ecuación.

$$\int_R d^3 r' \int dE' P_0(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) \delta(E') \int dE'' \phi(\bar{r}', E'') \Sigma_f(E'') =$$

$$= \int_R d^3 r' \int dE' P_{0\infty}(|\bar{r} - \bar{r}'|, E' \rightarrow E) \delta(E') \int dE'' \phi'(\bar{r}', E'') \Sigma_f(E'') \quad (2.5.1)$$

todo el espacio

$\phi(\bar{r}, E)$ es separable en energía y en espacio: $\phi(\bar{r}, E) = \phi(\bar{r}) \psi(E)$.
 mer teorema fundamental de la teoría del reactor así:

Además $\phi(\bar{r})$ debe cumplir la ecuación de Helmholtz; y se debe anular en S.

El conjunto de autofunciones, $X_n(\bar{r})$, de esta ecuación es completo y ortogonal en R, de modo que:

$$\phi(\bar{r}, E) = \psi(E) \sum_n \left(\int_R \phi(\bar{r}') X_n(\bar{r}') d^3 r' \right) X_n(\bar{r})$$

$$\forall \bar{r} \in R \quad (2.5.2)$$

Debido a que $\phi'(\bar{r}) = \phi(\bar{r}) \quad \forall \bar{r} \in R$, $\phi'(\bar{r})$ debe ser la continuación analítica de $\phi(\bar{r})$ en todo el espacio. Luego debe cumplirse:

$$\phi'(\bar{r}, E) = \psi(E) \sum_n \left(\int_R \phi(\bar{r}') X_n(\bar{r}') d^3 r' \right) X_n(\bar{r})$$

$$\forall \bar{r} \quad (2.5.3)$$

Sustituimos (2.5.3) en (2.5.1) e intercambiamos integrales:

$$= \int_R d^3 r' \phi(\bar{r}') \int dE' P_0(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) \delta(E') \int dE'' \psi(E'') \Sigma_f(E'') =$$

$$= \int_R d^3 r'' \phi(\bar{r}'') \int dE' \delta(E') \int dE'' \Sigma_f(E'') \psi(E'') \sum_n X_n(\bar{r}'') \times$$

$$\times \int d^3 \bar{r}' P_{0\infty}(|\bar{r}' - \bar{r}|, E' \rightarrow E) X_n(\bar{r}') \quad (2.5.4)$$

La última integral:

$$\int_{\text{todo el espacio}} d^3 \bar{r}' P_{0\infty} (|\bar{r}' - \bar{r}|, E' \rightarrow E) X_n(\bar{r}') = X_n(\bar{r}) \tilde{P}_{0\infty} (B_n^2, E' \rightarrow E) \quad (2.5.5)$$

(ver Apéndice III), luego la relación (2.5.5) es:

$$\begin{aligned} & \int_R d^3 \bar{r}' \phi(\bar{r}') \int dE' P_0(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) \delta(E') \int dE'' \psi(E'') \Sigma_\delta(E'') = \\ & = \int_R d^3 \bar{r}' \phi(\bar{r}') \int dE' \delta(E') \int dE'' \Sigma_\delta(E'') \psi(E'') \sum_n X_n(\bar{r}') \times \\ & \times X_n(\bar{r}) \times \tilde{P}_{0\infty} (B_n^2, E' \rightarrow E) \quad (2.5.6) \end{aligned}$$

Para el cumplimiento de (2.5.7) es suficiente que:

$$P_0(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) = \sum X_n(\bar{r}') \tilde{P}_{0\infty} (B_n^2, E' \rightarrow E) X_n(\bar{r}) \quad (2.5.7)$$

La teoría del reactor sintótico será válida cuando se cumpla la expansión (2.5.7). Hasta el momento el núcleo $P_{0\infty}$ se ha definido só lo matemáticamente a partir de la identidad (2.5.1).

Comprobaremos que $P_{0\infty} (|\bar{r}' - \bar{r}|, E' \rightarrow E)$ es justamente el núcleo de moderación de una fuente puntual de fisión para un medio infinito bajo ciertas condiciones.

Si definimos $\psi(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E)$ como el flujo neutrónico, dependiente de la energía, en \bar{r} debido a una fuente puntual unitaria isotrópica localizada en \bar{r}' , podemos decir que el momento cero del núcleo de moderación es:

$$P_0(\bar{n}' \rightarrow \bar{n}, E' \rightarrow E) = \Sigma_S(E' \rightarrow E) \psi(\bar{n}' \rightarrow \bar{n}, E') \quad (2.5.8)$$

donde:

$$\Sigma_S(E' \rightarrow E) = \int d\bar{\Omega}' F(E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \Sigma_S(E') \quad (2.5.9)$$

Las ecuaciones (2.5.7) y (2.5.8) son compatibles si se cumple:

$$\psi(\bar{n}' \rightarrow \bar{n}, E') = \sum_n \chi_n(\bar{n}) \chi_n(\bar{n}') \tilde{h}_\infty(B_n^2, E') \quad (2.5.10)$$

donde:

$$\tilde{h}_\infty(B_n^2, E') \Sigma_S(E' \rightarrow E) = \tilde{P}_{0\infty}(B_n^2, E' \rightarrow E) \quad (2.5.11)$$

La función $\psi(\bar{n}' \rightarrow \bar{n}, E')$ es solución de la ecuación de Boltzman:

$$\begin{aligned} & \left(\bar{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma_T(E') \right) \psi(\bar{n}' \rightarrow \bar{n}, E') - \\ & - \int dE' \int d\bar{\Omega}' F(E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \Sigma_S(E') \psi(\bar{n}' \rightarrow \bar{n}, E') = \delta(\bar{n}' - \bar{n}) \delta(E') \end{aligned} \quad (2.5.12)$$

con la condición de contorno

$$\psi(\bar{n}' \rightarrow S, E', \bar{\Omega}) = 0 \quad \text{si } \bar{\Omega} \cdot \bar{n} < 0 \quad (2.5.13)$$

y

$$\psi(\bar{n}' \rightarrow \bar{n}, E') = \int d\bar{\Omega} \psi(\bar{n}' \rightarrow \bar{n}, E', \bar{\Omega}) \quad (2.5.14)$$

Davison⁽³⁾ ha demostrado que en la aproximación P.1 la ecuación inhomogénea de Boltzman puede ser reducida a una ecuación de la forma

$$F_1 \nabla^2 \psi = G_0 \nabla^2 S \quad (2.5.15)$$

donde S es el término fuente. F_1 y G_0 son expresiones dependientes de la energía. En nuestro caso podemos escribir:

$$F_1 \nabla^2 \psi(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E') = G_0 \nabla^2 (\delta(r' - r) \delta(E')) \quad (2.5.16)$$

Para resolver esta ecuación asumimos que $\psi(r' \rightarrow r, E')$ puede ser expandible de la forma:

$$\psi(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E') = \sum_n \alpha_n(\bar{r}', E') X_n(r) \quad (2.5.17)$$

además se cumple que:

$$\delta(r' - r) = \sum_n X_n(\bar{r}) X_n(\bar{r}') \quad (2.5.18)$$

Las funciones X_n son soluciones de la ecuación de Helmholtz. Sustituimos estas dos últimas expresiones en la ecuación y obtenemos:

$$F_1 (-B_n^2) \alpha_n(\bar{r}', E') = G_0 \delta(E') (-B_n^2) X_n(\bar{r}') \quad (2.5.19)$$

La ecuación (2.5.19) es justamente la transformada de Fourier de la ecuación (2.5.16) multiplicada por el factor $X_n(\bar{r}')$, de esta forma:

$$\alpha_n(\bar{r}', E') = \tilde{\psi}_\infty(B_n^2, E') X_n(\bar{r}') \quad (2.5.20)$$

y la ecuación (2.5.17) se convierte en:

$$\psi(r' \rightarrow r, E') = \sum_n \tilde{\psi}_\infty(B_n^2, E') X_n(\bar{r}) X_n(\bar{r}') \quad (2.5.21)$$

Si comparamos (2.5.21) con la ecuación (2.5.10) y tomamos en cuenta (2.5.11) concluiremos que:

$$P_{0\infty}(B_n^2, E' \rightarrow E) = \psi_\infty(B_n^2, E') \Sigma_S(E' \rightarrow E) \quad (2.5.22)$$

que es justamente lo que queríamos mostrar.

La condición bajo la cual se cumple que $P_{0\infty} (B_n^2, E' \rightarrow E)$ es el núcleo de moderación para una fuente puntual, unitaria e isotrópica en un medio infinito, es que se verifiquen las expansiones (2.5.10) y (2.5.17). De esta forma la teoría del reactor asintótico dará mejores resultados en la medida que la expansión (2.5.10) sea una representación adecuada del flujo neutrónico.

Dicha expansión tiene la propiedad de que sus términos y sus derivadas de orden par se anulan en el contorno, y no dan una buena descripción del flujo a menos que éste cumpla también esta condición. Este motivo la teoría del reactor asintótico no es aplicable en regiones cercanas al contorno, en las cuales predomina una solución de tipo transitoria.

En general estas condiciones se cumplen para sistemas relativamente grandes; aunque en la referencia (7), Inonu muestra que la teoría da buenos resultados para reactores relativamente pequeños (pocos recorridos libres medios neutrónicos de dimensiones).

La teoría del reactor asintótico no está restringida a la teoría de difusión sino que es también válida para otras aproximaciones P_n de la ecuación de Boltzman ⁽⁵⁾ (6).

CAPITULO 3

EL METODO MULTIGRUPO3.1.- INTRODUCCION

No hay posibilidad de obtener soluciones exactas a la ecuación de Transporte Neutrónico. Aún las soluciones de las aproximaciones P-1 y la ecuación de difusión (secciones 1.5 y 1.6) se encuentran con la dificultad de que las secciones eficaces son funciones muy complicadas de la energía (lo mismo podría decirse de los núcleos de moderación y de las frecuencias de dispersión).

A esta dificultad se suma el hecho de que los reactores nucleares térmicos generalmente poseen una región exterior destinada a disminuir, por reflexión, la fuga de neutrones. Esta envoltura recibe el nombre de reflector y origina que la teoría del reactor asintótico (que considera una sola región homogénea y desnuda) no sea aplicable más que como una primera aproximación.

Esta situación origina la necesidad de utilizar métodos aproximados de solución del problema. Uno de los métodos más utilizados es el método multigrupo.

El método consiste en dividir el rango energético de los neutrones (usualmente entre 0.01 eV a 10 MeV aproximadamente) en un número finito de intervalos (llamados grupos), los mismos que son numerados desde 1 para el de mayor energía, hasta N para el de menor energía. (Ver la figura 3.1).

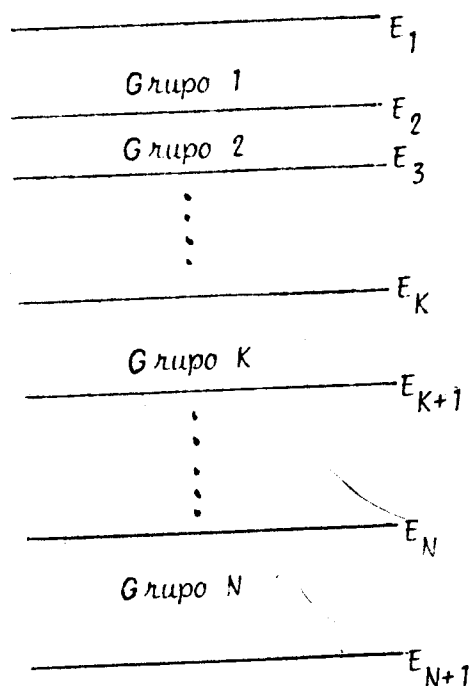


FIGURA 3.1

Se asume que las secciones eficaces, así como los núcleos de moderación y las frecuencias de dispersión, en cada grupo, son constantes.

De esta forma transformamos nuestro problema en un conjunto finito de ecuaciones (de difusión neutrónica) correspondientes a los diferentes grupos energéticos y regiones espaciales. Cada una de estas ecuaciones posee coeficientes constantes, que caracterizan al grupo y/o región. A las soluciones del conjunto de ecuaciones obtenidas les imponemos las condiciones de contorno apropiadas (continuidad en las interfaces, finitud, etc.).

3.2. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE DIFUSIÓN MULTIGRUPO

Integramos la ecuación de difusión (1.6.8) en el rango energético del k -ésimo grupo ($E_{k+1} - E_k$)

$$\begin{aligned}
 & \int_{E_{K+1}}^{E_K} -\nabla \cdot \mathcal{D}(\bar{n}, E) \nabla \phi(\bar{n}, E) dE + \int_{E_{K+1}}^{E_K} \Sigma_T(\bar{n}, E) \phi(\bar{n}, E) dE = \\
 & = \int_{E_{K+1}}^{E_K} S(\bar{n}, E) dE + \int_{E_{K+1}}^{E_K} dE \int_{E_{K+1}}^{E_K} dE' F_0(E' \rightarrow E) \phi(\bar{n}, E') \Sigma_S(\bar{n}, E')
 \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Luego definimos las siguientes variables promediadas en el rango energético en mención:

$$\phi_K(\bar{n}) = \int_{E_{K+1}}^{E_K} \phi(\bar{n}, E) dE \quad (3.2.2)$$

$$\mathcal{D}_K(\bar{n}) = \frac{\int_{E_{K+1}}^{E_K} \mathcal{D}(\bar{n}, E) \phi(\bar{n}, E) dE}{\phi_K(\bar{n})} \quad (3.2.3)$$

$$\Sigma_{TK}(\bar{n}) = \frac{\int \Sigma_T(\bar{n}, E) \phi(\bar{n}, E) dE}{\phi_K(\bar{n})} \quad (3.2.4)$$

$$S_K(\bar{n}) = \int_{E_{K+1}}^{E_K} S(\bar{n}, E) dE \quad (3.2.5)$$

$$\Sigma_{K' \rightarrow K}(\bar{n}) = \int_{E_{K'+1}}^{E_{K'+1}}^{E_{K'+1}}^{E_{K'+1}} dE' \int_{E_{K+1}}^{E_K} dE F_0(E' \rightarrow E, \bar{n}) \Sigma_S(E', \bar{n}) \phi(E', \bar{n}) \quad (3.2.6)$$

de tal forma que la ecuación en mención se convierte en N ecuaciones del tipo:

$$\begin{aligned}
 & -\nabla \cdot \mathcal{D}_K(\bar{n}) \nabla \phi_K(\bar{n}) + \Sigma_{TK}(\bar{n}) \phi_K(\bar{n}) = \\
 & = S_K(\bar{n}) + \sum_{K'} \Sigma_{K' \rightarrow K}(\bar{n}) \phi_{K'}
 \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

De la misma forma que en el capítulo 2, consideramos que la única fuente de neutrones de importancia la constituye la fisión nuclear; de tal forma que:

$$\begin{aligned}
 S_K(\bar{r}) &= \int_{E_{K+1}}^{E_K} dE \quad v \delta(E) \int dE' \quad \Sigma_f(\bar{r}, E') \phi(\bar{r}, E') \\
 &= \int_{E_{K+1}}^{E_K} dE \quad \delta(E) \sum_{K'} \int_{E_{K'+1}}^{E_{K'}} dE' \quad v \Sigma_f(\bar{r}, E') \phi(\bar{r}, E') \\
 &= \delta_K \sum_{K'} v \Sigma_{\delta_{K'}}(\bar{r}) \phi_{K'}(\bar{r}) \quad (3.2.8)
 \end{aligned}$$

donde:

$$\delta_K = \int_{E_{K+1}}^{E_K} \delta(E) dE \quad (3.2.9)$$

y $\Sigma_{\delta_{K'}}$ fue definida en forma análoga a (3.2.4).

La ecuación 3.2.7 queda:

$$\begin{aligned}
 -\nabla \cdot \mathcal{D}_K(\bar{r}) \nabla \phi_K(\bar{r}) + \Sigma_{TK}(\bar{r}) \phi_K(\bar{r}) &= \\
 = \delta_K \sum_{K'} v \Sigma_{\delta_{K'}}(\bar{r}) \phi_{K'}(\bar{r}) + \sum_{K'} \Sigma_{K' \rightarrow K}(\bar{r}) \phi_{K'}(\bar{r}) \quad (3.2.10)
 \end{aligned}$$

Consideremos que nuestro reactor consiste en M regiones homogéneas (u homogenizadas según lo mencionado en 2.3) y N grupos energéticos. La ecuación para el i -ésimo grupo energético y K -ésima región es:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{D}_{iK} \nabla^2 \phi_{iK}(\bar{r}) + \Sigma_{TiK} \phi_{iK}(\bar{r}) &= \\
 = v \delta_i \sum_{K'} \Sigma_{\delta_{K' \cdot K}} \phi_{K'K}(\bar{r}) + \sum_{K'} \Sigma_{K' \rightarrow i, K} \phi_{K'K}(\bar{r}) \quad (3.2.11)
 \end{aligned}$$

Nótese que, salvo para grupos térmicos, sólo habrá remoción de grupos de mayor energía a grupos de menor energía; la misma que es originada por la moderación de neutrones.

3.3. SOLUCION DE LAS ECUACIONES MULTIGRUPO⁽⁹⁾

La sección eficaz macroscópica total del i -ésimo grupo puede ser escrita de esta manera:

$$\Sigma_{T iK} = \Sigma a_{iK} + \sum_m \Sigma_{i \rightarrow m, K} \quad (3.3.1)$$

(i.e. la sección eficaz total es igual a la suma de las secciones eficaces de absorción y remoción), de tal forma que la ecuación (3.2.11) se puede escribir así:

$$\sum_j D_{jK} \delta_{Lj} \nabla^2 \phi_{jK} + \sum_j (-\delta_{ij} \Sigma_{a_{jK}} - \delta_{ij} \sum_m (\Sigma_{j \rightarrow m, K} + \nu \delta_{ij} \Sigma_{\delta_{jK}} + \Sigma_{j \rightarrow i, K})) \phi_{jK} = 0 \quad (3.3.2)$$

En total se tiene un conjunto de $N \times M$ ecuaciones del tipo (3.3.2) (i.e. N ecuaciones para cada región k). Para cada región k se puede escribir el sistema en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc} \nabla^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \nabla^2 & \dots & 0 \\ \cdot & & \cdot & \\ \cdot & & \cdot & \\ \cdot & & \cdot & \\ 0 & 0 & \dots & \nabla^2 \end{array} \right] & + & \left[\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} \phi_{1K}(\bar{r}) \\ \phi_{2K}(\bar{r}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{NK}(\bar{r}) \end{array} \right] & = & \bar{0} \end{bmatrix} \quad (3.3.3)$$

$$\nabla^2 \bar{\phi}_K(\bar{r}) + A \bar{\phi}_K(\bar{r}) = \bar{0} \tag{3.3.4}$$

donde $\nabla^2 = \nabla^2 I_{N \times N}$ (I es la matriz identidad)

$\bar{\phi}_K(\bar{r}) = (\phi_{iK}(\bar{r}))$ (Vector columna)

$$A = (a_{ij}) \quad \left(a_{ij} = \frac{\delta_{ij}}{D_{iK}} \left(-\sum_{j \neq i} \Sigma_{jK} - \sum_m \Sigma_{j \rightarrow m} \right) + \frac{1}{D_{iK}} \left(\nu \delta_{iK} \Sigma_{jK} + \Sigma_{j \rightarrow i, K} \right) \right) \tag{3.3.5}$$

Si A tiene N autovalores diferentes λ_{iK} correspondientes a N autovectores linealmente independientes \bar{e}_i (\bar{e}_i conforman una base), se debe cumplir:

$$\bar{\phi}_K(\bar{r}) = \sum_n \psi_{nK}(\bar{r}) \bar{e}_n \tag{3.3.6}$$

sustituimos esta expresión en (3.3.4) y nos queda:

$$\sum_n \left(\nabla^2 \psi_{nK}(\bar{r}) \bar{e}_n + \lambda_{nK} \psi_{nK}(\bar{r}) \bar{e}_n \right) = \bar{0} \tag{3.3.7}$$

$$\begin{bmatrix} \nabla^2 + \lambda_{1K} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \nabla^2 + \lambda_{2K} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \nabla^2 + \lambda_{NK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{1K}(\bar{r}) \\ \psi_{2K}(\bar{r}) \\ \vdots \\ \psi_{NK}(\bar{r}) \end{bmatrix} = \bar{0} \tag{3.3.8}$$

A su vez la ecuación matricial (3.3.8) es equivalente a N ecuaciones del tipo

$$(\nabla^2 + \lambda_{nK}) \psi_{nK}(\bar{r}) = 0 \quad (3.3.9)$$

La ecuación (3.3.6) se puede escribir:

$$\bar{\phi}_K(\bar{r}) = S^{-1} \psi_K(\bar{r}) \quad (3.3.10)$$

Los vectores columna de S^{-1} son los vectores propios de $A(a_{ij})$. La solución de estas ecuaciones lleva consigo una o más constantes arbitrarias cuyo conocimiento se obtiene imponiendo las condiciones de contorno típicas, obteniendo así un sistema de ecuaciones homogéneas de tantas ecuaciones como incógnitas.

La condición de compatibilidad de este sistema es la anulación del determinante de los coeficientes, la misma que es a su vez la condición de criticidad del sistema.

Además se pueden despejar los valores de las constantes mencionadas, salvo una por tratarse de un sistema homogéneo. Esta constante depende del nivel de potencia del reactor nuclear.

El método de solución de las ecuaciones multigrupo, que se ha planteado, es formalmente idéntico al de ensayar como soluciones de las ecuaciones (3.2.11) soluciones de la ecuación de Helmholtz, es decir sustituir $\nabla^2 \phi_{iK}$ por $-B^2_{iK} \phi_{iK}$, obteniendo así un sistema homogéneo de N ecuaciones cuya condición de compatibilidad es una ecuación de grado N en B^2 .

La condición de criticidad del reactor consiste en que alguna solución de esta ecuación en B^2 coincida con el laplaciano geométrico. Marable y Tobias⁽¹⁰⁾ han demostrado que para condiciones "razonables" en un

reactor, sólo una de estas soluciones puede ser real y positiva. Esta es justamente el laplaciano geométrico.

3.4. LAS ECUACIONES A UN SOLO GRUPO TERMICO

A energías de los neutrones térmicos (i.e. energías del orden de las asociadas con el movimiento térmico de los átomos del medio en el cual se difunden), estos ganan o pierden energía en colisiones, con aproximadamente la misma probabilidad.

Si tenemos en cuenta que en el espectro de los neutrones de un reactor "térmico" predominan justamente los neutrones térmicos, podemos considerar (como una aproximación) que la población del sistema está constituida por un solo grupo de neutrones a estas energías⁽⁸⁾. Escogemos la energía de corte " E_c " de tal forma que el rango de energías de los neutrones térmicos sea $0-E_c$. (Un criterio aceptado para la elección de E_c es el que considera que a energías mayores de E_c los neutrones no tienen probabilidad apreciable de ganar energía en una colisión⁽²⁾).

Podemos escribir la ecuación de difusión para un grupo térmico, en la K -ésima región del reactor, a partir de la relación (3.2.11):

$$\begin{aligned} -D_{tK} \nabla^2 \phi_{tK}(\bar{r}) + \Sigma_{TtK} \phi_{tK} &= \\ = \nu \beta_t \Sigma_{f t, K} \phi_{tK} + \Sigma_{t \rightarrow t, K} \phi_{tK} &\quad (3.4.1) \end{aligned}$$

El subíndice " t " indica promedios sobre el rango térmico según las definiciones (3.2.2) a (3.2.4). Asumimos $\beta_t = 1$ y $\Sigma_{t \rightarrow t, K} = \Sigma_{StK}$ (sección eficaz de dispersión térmica de la K -ésima región del reactor).

Definimos: $\Sigma_{T t, K} - \Sigma_{S t K} = \Sigma_{a t K}$

(sección eficaz de absorción térmica en la región K).

$$(3.4.2)$$

de manera que la ecuación de difusión para un grupo térmico, en la K-ésima región del reactor es:

$$-D_{tK} \nabla^2 \phi_{tK} + \Sigma_{atK} \phi_{tK}(\bar{r}) - \nu \Sigma_{f tK} \phi_{tK}(\bar{r}) = 0 \quad (3.4.3)$$

La condición de criticidad para esta aproximación se obtiene resolviendo esta última ecuación para cada una de las regiones del reactor, e imponiendo a dichas soluciones las condiciones de contorno apropiadas.

3.5. CONDICIONES CRITICAS A UN SOLO GRUPO. REACTOR ASINTOTICO

Podemos considerar un reactor asintótico (sección 2.3) básicamente térmico, en el cual tengamos en cuenta la contribución de neutrones de los grupos rápidos.

Partimos de la ecuación (3.2.7) y si tenemos en cuenta las definiciones (3.2.2) a (3.2.6) podemos escribir para el caso térmico en una región homogénea:

$$\begin{aligned} D_t \nabla^2 \phi_t(\bar{r}) + \Sigma_{Tt} \phi_t(\bar{r}) &= S_t(\bar{r}) + \\ &+ \int_0^{E_c} \int_0^{E_c} dE' F_0(E' \rightarrow E) \phi(r, E') \Sigma_S(r, E') + \\ &+ \int_0^{E_c} \int_{E_c}^{\infty} dE' F_0(E' \rightarrow E) \phi(r, E') \Sigma_S(r, E') \end{aligned} \quad (3.5.1)$$

El último término de (3.2.7) se ha descompuesto en un grupo térmico ($0-E_c$) y un "grupo rápido" ($E_c-\infty$).

Este tratamiento difiere del de la sección anterior en el hecho de que se está considerando la contribución de neutrones rápidos, por moderación, al grupo térmico. (Además de que el reactor asintótico está restringido a una sola región desnuda).

Si tenemos en cuenta que en el espectro de fisión la mayoría de los neutrones son rápidos podemos considerar $S_t = 0$.

El segundo término del segundo miembro de (3.5.1) es:

$$\int_0^{E_c} dE' \Sigma_S(\bar{r}, E') \phi(\bar{r}, E') \int_0^{E_c} dE F_0(E' \rightarrow E) = \int_0^{E_c} dE' \Sigma_S(\bar{r}, E') \phi(\bar{r}, E') = \Sigma_{St}(\bar{r}) \phi_t(\bar{r}) \quad (3.5.2)$$

Teniendo en cuenta la definición del momento cero del núcleo de moderación, el último término del segundo miembro de (3.5.1) es:

$$\int_0^{E_c} dE \int_{E_c}^{\infty} dE' F_0(E' \rightarrow E) \phi(\bar{r}, E') \Sigma_S(\bar{r}, E') = \int_R d^3r' \int_0^{E_c} dE \int_{E_c}^{\infty} dE' S(\bar{r}, E') P_0(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) \quad (3.5.3)$$

Definimos el momento cero del núcleo de termalización $P_{0t}(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E')$ de la siguiente forma:

$$P_{0t}(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E') = \int_0^{E_c} dE P_0(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E) \quad (3.5.4)$$

y si consideramos que todas las fisiones se llevan a cabo en el rango térmico (i.e. $S(\bar{r}', E') = \nu f(E') \Sigma_{ft}(\bar{r}') \phi_t(\bar{r}')$) y dan lugar a neutrones rápidos, la ecuación (3.5.1) se convierte en:

$$D_t \nabla^2 \phi_t(\bar{r}) + \Sigma_{at} \phi_t(\bar{r}) = \nu \Sigma_{ft} \int_R d^3r' \phi_t(\bar{r}') \int_{E_c}^{\infty} dE' f(E') P_{0t}(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E') \quad (3.5.5)$$

La ecuación del reactor asintótico se obtiene cambiando el momento cero de termalización P_{0t} por el correspondiente a un medio infinito:

$$D_t \nabla^2 \phi_t(\bar{r}) + \Sigma_{at} \phi_t(\bar{r}) = \nu \Sigma_{ft} \int_{\text{todo el espacio}} d^3 r' \phi_t(r') \int_{E_c}^{\infty} dE' \delta(E') \times P_{ot} (|\bar{r}' \rightarrow \bar{r}|, E') \quad (3.5.6)$$

3.6. CONDICIONES CRITICAS A UN SOLO GRUPO. REACTOR ASINTOTICO

Procedemos en forma similar a la sección 2.1. Tomamos la transformada de Fourier de la ecuación (3.5.6); K es la variable de transformada:

$$(D_t K^2 + \Sigma_{at}) \tilde{\phi}_t(\bar{K}) = \nu \Sigma_{ft} \tilde{P}(K^2) \tilde{\phi}_t(\bar{K}) \quad (3.6.1)$$

donde hemos definido:

$$P(|\bar{r}' \rightarrow \bar{r}|) = \int_{E_c}^{\infty} dE' \delta(E') P_{ot}(|\bar{r}' \rightarrow \bar{r}|, E') \quad (3.6.2)$$

Si $\tilde{\phi}_t(\bar{K})$ es diferente de cero se debe cumplir:

$$\frac{\nu \Sigma_{ft} \tilde{P}(K^2)}{D_t K^2 + \Sigma_{at}} = 1 \quad (3.6.3)$$

Definimos $L^2 = D_t / \Sigma_{at}$, introducimos K_{ef} y la expresión (3.6.3) queda:

$$\frac{\nu \Sigma_{ft} \tilde{P}(K^2)}{\Sigma_{at} (1 + L^2 K^2)} = K_{ef} \quad (3.6.4)$$

$$\text{Definimos } n = \nu \frac{\Sigma_{ft}}{\Sigma_{at}^u} ; \quad \delta = \frac{\Sigma_{at}^u}{\Sigma_{at}} \quad (3.6.5)$$

donde el supra-índice U indica que la sección eficaz es referida al combustible. "n" es la llamada "eficiencia del combustible" y "f" el factor de utilización térmica. Con estas definiciones:

$$\frac{n f \widetilde{P}(K^2)}{1 + L^2 K^2} = K_{ef} \quad (3.6.6)$$

La condición de criticidad es $K_{ef} = 1$.

La única raíz positiva de (3.6.6) es el laplaciano material " B_m " del reactor. Claramente se observa también que el flujo neutrónico térmico obedece a la ecuación de Helmholtz.

3.7. CONDICIONES DE CONTORNO

En la sección 1.3 se fijó las condiciones de contorno para la ecuación de transporte. En realidad estas condiciones no se pueden cumplir en las aproximaciones de los armónicos esféricos, específicamente la aproximación P-1 y por lo tanto la ecuación de difusión neutrónica. Sin embargo se puede establecer que la corriente neta hacia el interior del reactor se anula, i.e.

$$\int_0^{E_c} dE \int \phi(\bar{r}_S, E, \bar{\Omega}) \bar{n} \cdot \bar{\Omega} d\bar{\Omega} = 0 \quad (3.7.1)$$

$\bar{\Omega} \cdot \bar{n} < 0$, los puntos \bar{r}_S pertenecen al contorno del reactor.

Esta condición con las consideraciones de la sección 1.5 (ecuaciones 1.5.4, 1.5.6, 1.5.10) se convierte en:

$$\phi_{\bar{x}}(\bar{r}_S) - 2 \bar{n} \cdot \bar{j}_{\bar{x}}(\bar{r}_S) = 0 \quad (3.7.2)$$

Tomamos la ecuación (1.6.2) (Ley de Fick) y la ecuación (3.7.2) se convierte en:

$$\frac{1}{\phi_t(\bar{n}_S)} n \cdot \nabla \phi_t(\bar{n}_S) = \frac{-1}{2D_t} = \frac{-3 \Sigma_{tr}}{2} \quad (3.7.3)$$

Suponemos, a modo de artificio, que el flujo térmico se anula en el punto donde la extrapolación lineal se hace cero (que es diferente del punto donde la continuación analítica de la función se hace cero). Ver figura 3.2.

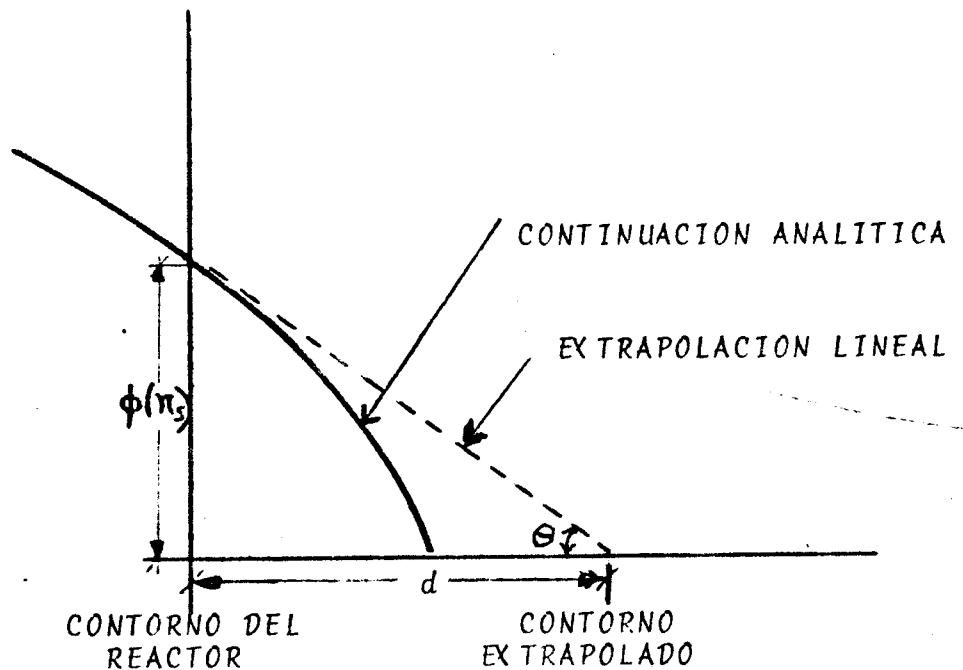


FIGURA 3.2

De esta figura tenemos:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= -n \cdot \nabla \phi_t(\bar{n}_S) = \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ d_{\text{ext}} &= \frac{\phi(\bar{n}_S)}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{2}{3 \Sigma_{tr}} \end{aligned} \quad (3.7.4)$$

El valor " d_{ext} " se llama distancia extrapolada y es la distancia donde se anula la extrapolación lineal del flujo. Un mejor valor de " d_{ext} " se ob-

tiene en la ref. (3) en la solución del problema de Milne. Este valor es

$$d_{\text{ext}} = \frac{0.7104}{\Sigma_{tr}} \quad (3.7.5)$$

En general cuando mencionamos "las condiciones de contorno apropiadas" estamos incluyendo la anulación del flujo neutrónico en la distancia extrapolada. En realidad el valor " d_{ext} " es dependiente de la energía, pero por facilidad de cálculo, y teniendo en cuenta que " d_{ext} " es pequeño en comparación a las dimensiones del reactor, la distancia del reactor asintótico es válida para reacciones. Se asume que d_{ext} es válida para todos los grupos energéticos.

CAPITULO 4

CALCULOS DE CRITICIDAD EN EL REACTOR "RPO"

4.1.- INTRODUCCION

En el presente capítulo se realizan cálculos para obtener la condición de criticidad de una configuración nuclear del reactor RPO del Instituto Peruano de Energía Nuclear. La descripción del reactor se encuentra en el apéndice VIII. El esquema del núcleo del reactor se muestra en la figura VIII.2.

En los cálculos la variable crítica fue la k_{eff} , la misma que tendrá un solo valor que hace crítico al sistema. Se considera como datos del problema la composición y radio del reactor.

Se realizaron cálculos a un grupo energético de neutrones (grupo térmico) y a un grupo modificado (i.e. se condensa el aporte del grupo rápido en el grupo térmico). Cálculos que consideren dos o más grupos energéticos requieren de una computadora pequeña así como una mejor determinación de las constantes nucleares (mediante un código de cálculo apropiado).

Dado el carácter aproximado de los modelos utilizados y de las constantes nucleares disponibles, no se espera una gran precisión en los resultados pero sí se espera mostrar que con modelos simplificados se puede predecir, en forma aproximada, el tamaño crítico del reactor.

Como se aprecia en la figura VIII.1 el núcleo del reactor considerado está compuesto de 223 barras de combustible nuclear introducidas en forma más o menos periódica en una grilla anular.

La primera parte de los cálculos considera a todo el reactor como una mezcla homogénea de combustible, material estructural y moderador. De esta forma la teoría de reactores homogéneos es aplicable di

rectamente.

En este caso las secciones eficaces macroscópicas se hallan mediante la expresión:

$$\Sigma_i = \sum_{\mu} N_{\mu} \sigma_i^{\mu} \quad (4.1.1)$$

donde "i" denota el tipo de interacción y "μ" el tipo de núcleo presente. N_{μ} es la densidad (número de núcleos por unidad de volumen) del μ-ésimo núcleo y σ_i^{μ} es la sección eficaz para el proceso "i" correspondiente al μ-ésimo tipo de núcleo.

En la tabla 4.1 se muestran las constantes nucleares normalizadas y su procedencia.

En la segunda parte de los cálculos se considera al sistema como heterogéneo, esto es: un neutrón nacido en el combustible no tiene la misma probabilidad de reaccionar con núcleos del moderador que con núcleos del combustible, como sucede en un sistema heterogéneo. En un reactor heterogéneo la distribución del flujo neutrónico (sobre todo en el caso térmico) en el combustible es sustancialmente diferente de la del moderador. En el caso térmico, por ejemplo, el núcleo tiene una alta sección eficaz de absorción, lo que origina una fuerte depresión del flujo en este grupo energético y el consiguiente autoapantallamiento de los núcleos interiores del combustible por parte de los núcleos más exteriores del mismo.

Las secciones eficaces correspondientes a un sistema heterogéneo son diferentes que las de un sistema homogéneo en el que se considera uniformidad del flujo en toda una celda.

El problema de criticidad en un reactor heterogéneo se resuelve mediante la homogeneización del sistema. El proceso de homogeneización consiste en definir un sistema homogéneo, asociado al sistema real, mediante un conjunto de secciones eficaces tal que el número de procesos nucleares por unidad de tiempo que en él tendría lugar, coincida

da con el que tiene lugar en el sistema heterogéneo⁽⁹⁾.

Para hallar las constantes nucleares del reactor homogeneizado recurrimos al método de Amouyal-Benoist-Horowitz⁽⁹⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ (ver apéndice VII). Con este método se puede calcular el factor de utilización térmica de una subestructura del núcleo, a partir del cual se halla el factor de desventaja que nos permite hallar las constantes buscadas.

4.2.- CÁLCULOS QUE CONSIDERAN LA HOMOGENEIDAD DEL REACTOR

Se asume que el recorrido libre medio de un neutrón que encuentra en el combustible es comparable con el espesor de éste, de tal forma que un neutrón reaccionará con los núcleos del combustible y con los del moderador con la misma probabilidad de que si se tratase de una mezcla homogénea.

Consideramos una mezcla homogénea de combustible, material estructural y moderador en las siguientes proporciones:

U-235	7.48×10^{-2}	g/cm ³
U-238	3.03×10^{-1}	"
C	1.82×10^{-1}	"
Al	3.22×10^{-1}	"
H ₂ O	7.35×10^{-1}	"

Las constantes macroscópicas térmicas para esta mezcla homogénea (considerando los datos de la tabla 4.1) son:

$$\begin{aligned} \Sigma_{a2} &= 0.0821 \text{ cm}^{-1} \\ \nu\Sigma_{f2} &= 0.1352 \text{ cm}^{-1} \\ \Sigma_{tr2} &= 1.6412 \text{ cm}^{-1} \\ D_2 &= 0.2031 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Las constantes macroscópicas correspondientes al grupo rápido son:

$$\begin{aligned}\Sigma_{a1} &= 0.0037 \\ v\Sigma_{f1} &= 0.0043 \\ \Sigma_{tr1} &= 0.2694 \\ \Sigma_{j \rightarrow 2} &= 0.037743 \\ D_1 &= 1.2372\end{aligned}$$

4.2.A.- CALCULOS SEGUN LA TEORIA DEL REACTOR ASINTOTICO

En la sección 3.5 se dedujo la condición de criticidad para el reactor asintótico, la misma que es:

$$\frac{v \Sigma_{f2}}{\Sigma_{a2}} \times \frac{\tilde{P}(B_m^2)}{1 + L_2^2 B_m^2} = 1 \quad (4.2.1)$$

" B_m^2 " es el laplaciano material y en la criticidad debe además cumplirse:

$$B_m^2 = B_g^2 \quad (4.2.2)$$

donde " B_g^2 " es el laplaciano geométrico (menor autovalor de la ecuación de Helmholtz) del sistema.

En el apéndice IV se demuestra que en un sistema cilíndrico - el valor del laplaciano geométrico es:

$$B_g^2 = \left(\frac{2.405}{r_{ext}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \quad (4.2.3)$$

De esta forma el problema se reduce a la solución de las ecuaciones (4.2.1), (4.2.2) y (4.2.3).

Para la solución de (4.2.1) utilizamos la expresión de la transformada de Fourier del núcleo de moderación obtenida en el apéndice VI; esta expresión es:

$$\tilde{P}(B_m^2) = (1 - B_m^2 \tau) \quad (4.2.4)$$

donde " τ " es la edad de Fermi del moderador y su valor se encuentra en la tabla 4.1 ($\tau = 33 \text{ cm}^2$). La solución numérica de la ecuación (4.2.1) da un valor $B_m^2 = 0.01138 \text{ cm}^{-2}$, que es el mismo para B_g^2 .

El siguiente paso es aplicar la condición (4.2.3) para hallar la altura crítica del reactor. El valor " r'_{ext} " es el radio extrapolado del cilindro desnudo (reactor asintótico). Nuestro reactor, sin embargo, es un sistema reflejado, de forma que si deseamos aplicar la teoría del reactor asintótico debemos definir un reactor desnudo, asociado al real y de la misma composición y altura que el crítico con un radio mayor que el núcleo del reactor real, el valor " δ " es llamado ahorro por reflector. En el apéndice V se encuentra la deducción de una forma aproximada para obtener " δ ". En el caso de un reflector "infinito" la expresión correspondiente es:

$$\delta = \frac{1}{B_m} \text{tg}^{-1} \left(\frac{D_N B_m L_R}{D_R} \right) \quad (4.2.5)$$

donde N y R denotan "núcleo" y "reflector" respectivamente. En nuestro caso $\delta = 8.89 \text{ cm}$ de forma que $r' = 25.89 \text{ cm}$.

El valor r'_{ext} se obtiene adicionando a r' la distancia de extrapolación $0.71 \lambda_{tr} = 1.80 \text{ cm}$.

La altura crítica que corresponde a este reactor es (utilizando 4.2.3) $h = 50.72 \text{ cm}$.

4.2.B.- REACTOR DE TRES REGIONES

Consideramos las ecuaciones de difusión a un grupo energético térmico en las tres regiones del reactor.

- I. Reflector interno
- II. Núcleo

III. Reflector externo

(se asume que todas las fisiones son térmicas y que los neutrones de fisisón son térmicos).

$$-D_{tI} \nabla^2 \phi_{tI}(\bar{r}) + \Sigma_{atI} \phi_{tI}(\bar{r}) = 0 \quad (4.2.6)$$

$$-D_{tII} \nabla^2 \phi_{tII}(\bar{r}) + \Sigma_{atII} \phi_{tII}(\bar{r}) - v\Sigma_{ftII} \phi_{tII}(\bar{r}) = 0 \quad (4.2.7)$$

$$-D_{tIII} \nabla^2 \phi_{tIII}(\bar{r}) + \Sigma_{atIII} \phi_{tIII}(\bar{r}) = 0 \quad (4.2.8)$$

Definimos las siguientes constantes:

$$K_I^2 = \frac{\Sigma_{atI}}{D_{tI}} \quad (4.2.9)$$

$$K_{II}^2 = \frac{v\Sigma_{ftII}}{D_{tII}} - \frac{\Sigma_{atII}}{D_{tII}} \quad (4.2.10)$$

$$K_{III}^2 = \frac{\Sigma_{atIII}}{D_{tIII}} \quad (4.2.11)$$

Imponemos las condiciones siguientes:

$$\begin{aligned} \phi(0, z) &\text{ es finito} \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \phi(r, z) &= 0 \quad (\text{reflector externo infinito}) \\ r &\rightarrow \infty \end{aligned}$$

$$\phi(r, 0) = \phi(r, h) = 0$$

y las soluciones de las ecuaciones resultan:

$$\phi_I(r, z) = A I_0 \left(\sqrt{\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + K_I^2} r \right) \operatorname{sen} \frac{\pi z}{h} \quad (4.2.12)$$

$$\phi_{II}(r, z) = \left[C J_0 \left(\sqrt{K_{II}^2 - \left(\frac{\pi}{h}\right)^2} r \right) + E Y_0 \left(\sqrt{K_{II}^2 - \left(\frac{\pi}{h}\right)^2} r \right) \right] \sin \frac{\pi z}{h} \quad (4.2.13)$$

$$\phi_{III}(r, z) = F K_0 \left(\sqrt{\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + K_{III}^2} r \right) \sin \frac{\pi z}{h} \quad (4.2.14)$$

J_0 , Y_0 son las funciones de Bessel de 1ra. y 2da. especie (y de orden cero). I_0 , K_0 son las funciones modificadas de 1ra. y 2da. especie (y de orden - cero). En nuestro caso $K_I^2 = K_{III}^2$ debido a que las zonas I y III del reactor tienen la misma composición.

A estas soluciones les imponemos las condiciones de continuidad del flujo y de la corriente neutrónica en las interfaces:

$$\phi_I(r_1, z) = \phi_{II}(r_1, z) \quad (4.2.15)$$

$$\phi_{II}(r_2, z) = \phi_{III}(r_2, z) \quad (4.2.16)$$

$$D_I \nabla \phi_I(r_1, z) = D_{II} \nabla \phi_{II}(r_1, z) \quad (4.2.17)$$

$$D_{II} \nabla \phi_{II}(r_2, z) = D_{III} \nabla \phi_{III}(r_2, z) \quad (4.2.18)$$

Además definimos las siguientes variables:

$$B_I^2 = \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + K_I^2 \quad (4.2.19)$$

$$B_{II}^2 = K_{II}^2 - \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \quad (4.2.20)$$

$$B_{III}^2 = \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + K_{III}^2 \quad (4.2.21)$$

Sustituyendo las funciones apropiadas en el sistema de ecuaciones (4.2.15) a (4.2.18) y teniendo en cuenta las últimas definiciones, las condiciones de contorno mencionadas conforman un sistema de ecuacio-

nes que al ser escrito en forma matricial se convierte en:

$$\begin{bmatrix} I_0(B_{II}r_1) & -J_0(B_{II}r_1) & -y_0(B_{II}r_1) & 0 \\ 0 & J_0(B_{II}r_2) & y_0(B_{II}r_2) & -K_0(B_{III}r_2) \\ D_{II}B_{II}I_1(B_{II}r_1) & D_{II}B_{II}J_1(B_{II}r_1) & D_{II}B_{II}y_1(B_{II}r_1) & 0 \\ 0 & -D_{II}B_{II}J_1(B_{II}r_2) & -D_{II}B_{II}y_1(B_{II}r_2) & D_3B_3K_1(B_{III}r_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ C \\ E \\ F \end{bmatrix} = \bar{0} \quad (4.2.22)$$

La condición de compatibilidad de este sistema es la anulación del determinante de los coeficientes (que es a su vez la condición de criticidad del sistema).

Utilizamos las transformaciones de matrices conocidas y la condición de criticidad se reduce a:

$$\begin{bmatrix} \frac{D_{II}B_{II}J_1(B_{II}r_1)}{D_{II}B_{II}I_1(B_{II}r_1)} + \frac{J_0(B_{II}r_1)}{I_0(B_{II}r_1)} & \frac{D_{II}B_{II}y_1(B_{II}r_1)}{D_{II}B_{II}I_1(B_{II}r_1)} + \frac{y_0(B_{II}r_1)}{I_0(B_{II}r_1)} & 0 \\ J_0(B_{II}r_2) & y_0(B_{II}r_2) & -K_0(B_{III}r_2) \\ -D_{II}B_{II}J_1(B_{II}r_2) & -D_{II}B_{II}y_1(B_{II}r_2) & D_3B_3K_1(B_{III}r_2) \end{bmatrix} = 0 \quad (4.2.23)$$

En la figura 4.1 se encuentra graficado el valor de este determinante para diferentes valores de h . Se observa que la altura crítica es $h = 27$ cm.

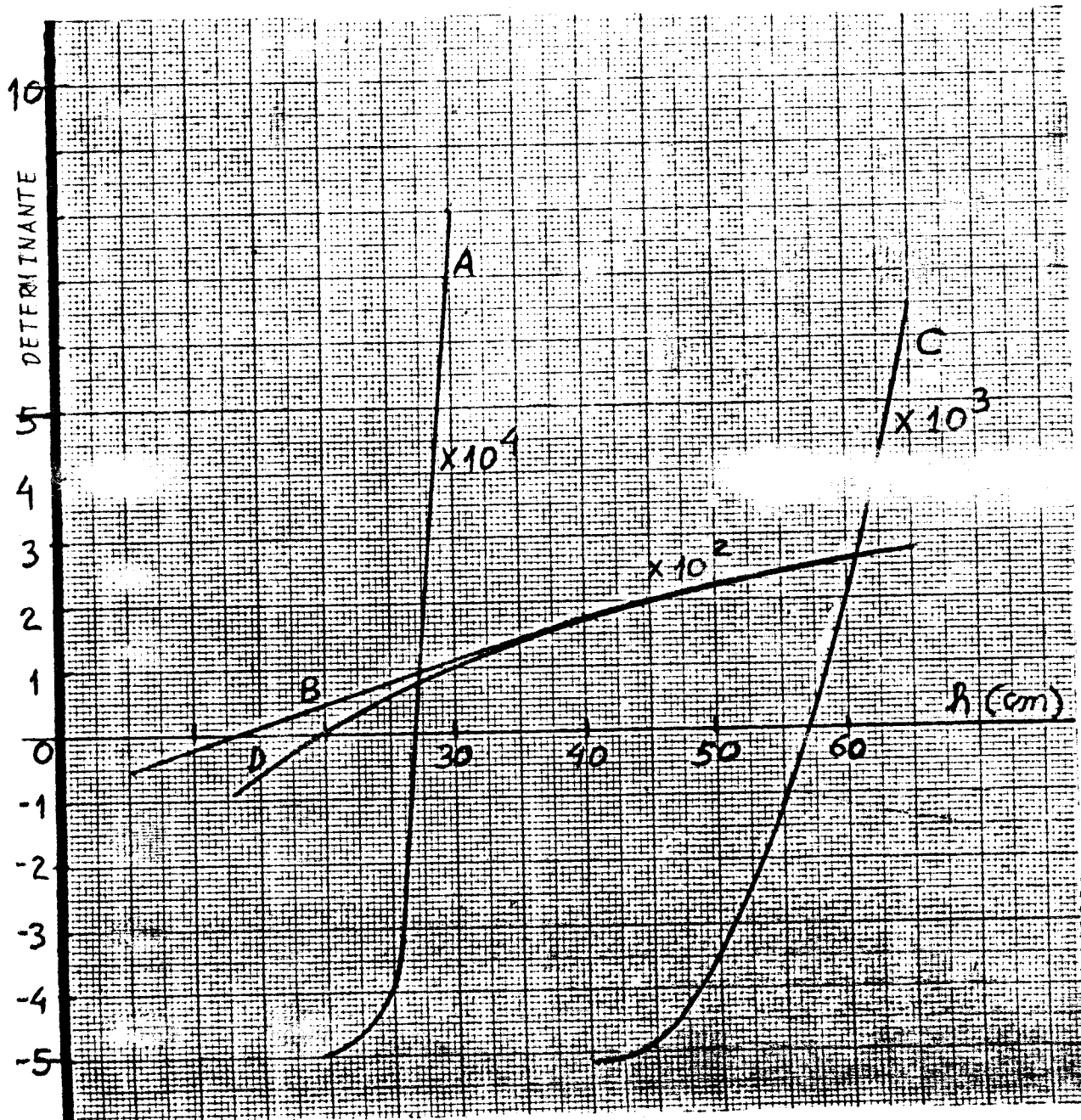


FIGURA 4.1

DETERMINANTE CRITICO VS.
ALTURA DEL REACTOR

- A : Reactor homogéneo. Un grupo térmico
 B : Reactor homogéneo. Un grupo modificado.
 C : Reactor heterogéneo. Un grupo térmico.
 D : Reactor heterogéneo. Un grupo modificado.

4.2.C.- REACTOR DE TRES REGIONES. UN GRUPO ENERGETICO MODIFICADO ⁽¹³⁾

Consideremos las ecuaciones de difusión a dos grupos energéticos para el núcleo del reactor (región II)

$$-D_{111} \nabla^2 \phi_{111} + \Sigma_{a111} \phi_{111} + \Sigma_{1 \rightarrow 2, II} \phi_{111} - v \Sigma_{f2} \phi_{211} = 0 \quad (4.2.24)$$

$$-D_{211} \nabla^2 \phi_{211} + \Sigma_{a211} \phi_{211} - \Sigma_{1 \rightarrow 2, II} \phi_{111} = 0 \quad (4.2.25)$$

Los sub-índices 1 y 2 indican el "grupo rápido" y "grupo térmico" respectivamente. Se ha supuesto que todos los neutrones que se producen son rápidos.

Trataremos de reducir estas dos ecuaciones a una sola que con tenga la contribución del grupo rápido; a esta ecuación la llamamos ecuación a un grupo modificado.

Suponemos que se cumple:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ \phi \end{bmatrix} \\ \phi_2 &= \begin{bmatrix} 2 \\ \phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2.26)$$

(i.e. las distribuciones del flujo térmico y del rápido son proporcionales).

Además se cumple la ecuación de Helmholtz para .

Con estas dos consideraciones la ecuación (4.2.24) se puede escribir de la forma:

$$(B^2 D_{111} + \Sigma_{a111} + \Sigma_{1 \rightarrow 2, II} - v \Sigma_{f1}) \begin{bmatrix} 1 \\ \phi \end{bmatrix} - v \Sigma_{f2} \begin{bmatrix} 2 \\ \phi \end{bmatrix} = 0$$

$$0 \quad \begin{bmatrix} 1. \\ \phi \end{bmatrix} = \frac{v \Sigma_{f2}}{\Sigma_{a111} + \Sigma_{1 \rightarrow 2, II} + B^2 D_{111} - v \Sigma_{f1}} \begin{bmatrix} 2 \\ \phi \end{bmatrix} \quad (4.2.27)$$

de tal forma que la ecuación (4.2.25) se convierte en

$$D_{211} \nabla^2 \phi_{211} - \Sigma_{a211} \phi_{211} + \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} \times \Sigma_{1 \rightarrow 2} \phi_{211} = 0 \quad (4.2.28)$$

que es la ecuación a un grupo modificado para el núcleo.

La interpretación física de esta ecuación es la siguiente :
 el término $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} \Sigma_{1 \rightarrow 2} \phi_{211}$ es el término fuente de neutrones e incluye a todos los neutrones que nacieron en fisiones nucleares y que logran llegar al grupo térmico. Se puede demostrar⁽¹³⁾ que este término se puede escribir como:

$$p P_{NF} \epsilon v_{f2} \phi_2 \quad (4.2.29)$$

p = probabilidad de escape a la resonancia

P_{NF} = probabilidad de no fuga durante la moderación

ϵ = factor de fisión rápida

(i.e. este término representa el número de neutrones nacidos en el proceso de fisión-térmica y rápida- que logran escapar a la zona de resonancias y que no fugan durante su moderación).

El conjunto de la ecuación de difusión a un grupo modificado para el núcleo y las ecuaciones para los reflectores central y externo conforman el siguiente sistema de ecuaciones:

$$-D_{21} \nabla^2 \phi_{21}(\bar{r}) + \Sigma_{a21} \phi_{21}(\bar{r}) = 0 \quad (4.2.30)$$

$$-D_{211} \nabla^2 \phi_{211}(\bar{r}) + \Sigma_{a211} \phi_{211}(\bar{r}) - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} \Sigma_{1 \rightarrow 2} \phi_{211}(\bar{r}) = 0 \quad (4.2.31)$$

$$-D_{2111} \nabla^2 \phi_{2111}(\bar{r}) + \Sigma_{a2111} \phi_{2111}(\bar{r}) = 0 \quad (4.2.32)$$

Definimos:

$$K_{II}^2 = \frac{\sqrt{1} \Sigma_{1+2}}{\sqrt{2} D_{211}} - \frac{\Sigma_{a211}}{D_{211}} \quad (4.2.33)$$

y utilizamos las definiciones de K_I^2 y K_{III}^2 de la sección anterior.

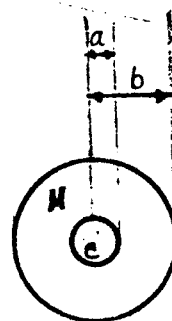
De esta manera las soluciones a las ecuaciones (4.2.30) a (4.2.32) son de la forma indicada en las ecuaciones (4.2.12) a (4.2.14) y las condiciones de contorno se manifiestan en una ecuación matricial similar a (4.2.22). La condición de criticidad del sistema es la ecuación (4.2.23).

En la figura 4.1 se encuentra graficado el valor del determinante para diferentes valores de h . Según este gráfico la altura crítica es $h = 13$ cm.

4.3.-

CALCULOS QUE CONSIDERAN LA HETEROGENEIDAD DEL SISTEMA

Definimos una celda elemental, representativa del sistema, que consta de una barra combustible y la cantidad de moderador que le corresponde en promedio. Dada la geometría de los elementos combustibles a s unimos que la celda es cilíndrica (figura 4.2) y que contiene dos regiones bien diferenciadas:



$$a = 0.38 \text{ cm}$$

$$b = 1.00 \text{ cm}$$

FIGURA 4.2

- C: Combustible nuclear más material aglutinante.
- M: Moderador más material estructural.

La zona C se considera como una mezcla homogénea que contiene U-235, U-238 y C.

La zona M se considera como una mezcla homogénea de agua natural y aluminio.

Las constantes nucleares térmicas de las zonas C y M respectivamente son:

$$\begin{array}{ll}
 \Sigma_{ac} = 0.4563 \text{ cm}^{-1} & \Sigma_{aM} = 0.0128 \text{ cm}^{-1} \\
 v\Sigma_{fc} = 0.9311 \text{ "} & v\Sigma_{fM} = 0.0000 \text{ "} \\
 \Sigma_{trc} = 0.6819 \text{ "} & \Sigma_{trM} = 1.419 \text{ "} \\
 \Sigma_{sc} = 0.2262 \text{ "} & \Sigma_{sM} = 2.0937 \text{ "} \\
 \\
 \frac{1}{L_c^2} = 0.9336 \text{ cm}^{-2} & \frac{1}{L_M^2} = 0.5463 \text{ cm}^{-2} \\
 \\
 & D_M = 0.2348 \text{ cm}
 \end{array}$$

La forma utilizada para la homogeneización de la celda elemental es definir una celda homogénea de las mismas dimensiones que la celda elemental y de secciones eficaces tales que el número de procesos nucleares por unidad de tiempo en ésta sería igual al número de procesos nucleares por unidad de tiempo en la celda verdadera.

Las secciones eficaces de la celda homogeneizada según el criterio mencionado son, para cada proceso "i":

$$i = \frac{\int_V^C \Sigma_{ic} \phi_c(\bar{r}) d^3r + \int_V^M \Sigma_{iM} \phi(\bar{r}) d^3r}{\int_V^C \phi_c(\bar{r}) d^3r + \int_V^M \phi_M(\bar{r}) d^3r} \quad (4.3.1)$$

Si definimos el flujo medio en las regiones C y M de la forma siguiente:

$$\bar{\phi}_c = \frac{1}{V_c} \int \phi_c(\bar{r}) d^3r \quad , \quad \bar{\phi}_M = \frac{1}{V_M} \int \phi_M(\bar{r}) d^3r \quad (4.3.2)$$

la ecuación (4.3.1) se puede escribir como:

$$\bar{\Sigma}_i = \frac{\Sigma_{ic} V_c + \Sigma_{iM} V_M F}{V_c + V_M F} \quad (4.3.3)$$

donde $F = \bar{\phi}_M / \bar{\phi}_c$ es el factor de desventaja del sistema y es una medida del autoapantallamiento del combustible para los neutros.

El cálculo del factor de desventaja F lo efectuamos a partir del factor de utilización térmica de la celda, " δ ", definido en el capítulo 3.

$$\delta = \frac{V_c \int \Sigma_{ac} \phi_c(\bar{r}) d^3r}{\int_{V_c} \Sigma_{ac} \phi_c(\bar{r}) + \int_{V_M} \Sigma_{aM} \phi_M(\bar{r}) d^3r} \quad (4.3.4)$$

$$\delta = \frac{\Sigma_{ac} V_c}{\Sigma_{ac} V_c + \Sigma_{aM} V_M F} \quad (4.3.5)$$

de donde se obtiene la expresión:

$$F = \frac{\Sigma_{ac} V_c}{\Sigma_{aM} V_M} \left(\frac{1}{\delta} - 1 \right) \quad (4.3.6)$$

El cálculo de $1/\delta$ se realiza mediante el método de Amouyal-Benoist-Horowitz (apéndice VIII) y su valor es $(1/\delta) = 1.1987$ de donde el valor del factor de desventaja es $F = 1.2063$.

Utilizando la definición de las constantes de la celda homogeneizada (4.3.1) tenemos para las constantes térmicas:

$$\begin{aligned}\Sigma_{a2} &= 0.0678 \text{ cm}^{-1} \\ \Sigma_{tr2} &= 1.3282 \text{ " } & D &= 0.2509 \text{ cm} \\ v\Sigma_{f2} &= 0.1154 \text{ " }\end{aligned}$$

Obsérvese que estos valores son bastante menores que los obtenidos mediante la consideración de homogeneidad del reactor.

4.3.A.- CALCULOS SEGUN LA TEORIA DEL REACTOR ASINTOTICO

Se realizaron cálculos similares a los de la sección 4.2.A utilizando las constantes de celda homogeneizada para un grupo térmico hallado en la sección anterior. La solución numérica de la ecuación (4.2.1) con estos valores es $B_m^2 = 0.01173$, que es además el mismo para B_g^2 .

El valor del ahorro por reflector (4.2.5) es para este caso $\delta = 9.71$ y la distancia extrapolada es de 1.80 cm, de tal forma que el radio extrapolado es $r'_{ext} = 28.51$ cm.

Con estas consideraciones y utilizando la expresión del laplaciano geométrico para el caso cilíndrico (4.2.3) hallamos que la altura crítica es $h = 46.25$ cm.

4.3.B.- REACTOR DE TRES REGIONES

Se realizaron cálculos similares a los de la sección 4.2.B utilizando las constantes térmicas de la celda homogeneizada. Teniendo en cuenta las definiciones (4.2.9) a (4.2.11) y (4.2.19) a (4.2.21) se evaluó el determinante (4.2.23) para diferentes valores de h (ver figura 4.1). El valor de la altura crítica es $h = 57$ cm.

4.3.C.- REACTOR DE TRES REGIONES. UN GRUPO ENERGETICO MODIFICADO

Para este problema necesitamos calcular el factor de desventaja j a $\bar{\phi}_M/\bar{\phi}_C$ para el grupo rápido en la celda unitaria definida en 4.3. Este valor nos permitiría calcular las constantes de celda para el grupo rápido, las mismas que son necesarias para resolver el problema de un grupo energético modificado.

La forma más inmediata para obtener el factor de desventaja es hallar la distribución del flujo neutrónico rápido en la celda unitaria. Esto se puede hacer planteando la ecuación de difusión* en las regiones C (combustible) y M (moderador) de la celda unitaria térmico y rápido. Las condiciones de contorno que se deben cumplir es la anulación de la corriente neutrónica para los dos grupos en el contorno de la celda y la continuidad de los flujos neutrónicos y sus corrientes en la interfase combustible-moderador. Una vez solucionado este sistema se conocen las distribuciones de flujo en la celda y se evalúa $\bar{\phi}_C$ y $\bar{\phi}_M$ (4.3.2).

La solución de este problema no es compleja pero se requiere una gran cantidad de cálculo numérico que exige la utilización de una computadora. Por no estar esto previsto en la realización de este trabajo no se ha calculado el factor de desventaja para el grupo rápido.

Sin embargo se ha considerado como una aproximación muy gruesa a que el factor de desventaja es igual a la unidad.

Utilizando los valores de la tabla 4.1 se halló las constantes rápidas para las regiones C y M de la celda unitaria. Luego, utilizando la fórmula 4.3.1 con el valor $\bar{\phi}_M/\bar{\phi}_C = 1$ se calculó las constan-

* La ecuación de difusión en el rango de neutrones rápidos es aplicable a la región C debido a que, en este rango, el medio no es muy absorbente. En el caso térmico la aproximación a la difusión en esta región es bastante mala.

tes de celda para el grupo rápido:

$$\bar{\Sigma}_{a1} = 3.7450 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

$$\bar{\Sigma}_{tr1} = 2.8898 \times 10^{-1} \text{ "}$$

$$D_1 = 1.1535 \text{ cm}$$

$$v\bar{\Sigma}_{f1} = 4.3080 \times 10^{-3} \text{ "}$$

$$\bar{\Sigma}_{1+2} = 4.1255 \times 10^{-2} \text{ "}$$

Observamos que en este caso las secciones eficaces obtenidas son ligeramente mayores que las obtenidas para el caso homogéneo (ver sección 4.2).

Con estos valores y con las constantes térmicas de celda se realizaron cálculos similares a los de la sección 4.2.C.

En la figura 4.1 se muestra el valor del determinante respectivo para diferentes valores de h . La altura crítica es: $h = 19 \text{ cm}$.

4.4.- RESUMEN

En la tabla 4.2 se muestran los resultados de la altura crítica obtenida por los diferentes métodos de cálculo.

En estos cálculos, sin embargo, no se ha considerado que el reactor es reflejado por agua en su parte inferior y que limita con una zona de aire en su parte superior.

Esto es: la altura crítica estimada debe ser igual al valor calculado menos una distancia extrapolada y menos un valor δ que es el ahorro por el reflector de agua inferior.

La distancia extrapolada es $0.71/\Sigma_{tr}$ valor que es para el caso homogéneo $\Delta = 0.43 \text{ cm}$ y para el caso heterogéneo $\Delta = 0.53 \text{ cm}$.

Para el ahorro por reflector consideramos el caso de un reflector infinito en un reactor "grande". El ahorro por reflector es en el caso homogéneo $\delta = 2.55$ cm y en el caso heterogéneo $\delta = 3.15$ cm.

En la última columna de la tabla 4.2 se encuentran las alturas críticas una vez ya deducidos el ahorro por reflector y la distancia extrapolada.

TABLA 4.1

CONSTANTES NUCLEARES UTILIZADAS

A. SECCIONES EFICACES MICROSCOPICAS (9) (en barns)

Elemento	σ_{a1}	σ_{a2}	σ_{tr1}	σ_{tr2}	$\nu\sigma_f1$	$\nu\sigma_f2$	σ_{1+2}
H	3.9×10^{-3}	0.18	3.17	19.96	---	---	0.736
O	1.0×10^{-2}	1.1×10^{-4}	2.39	4.02	---	---	0.023
C	0.0	2.5×10^{-3}	2.96	4.30	---	---	3.46×10^{-2}
Al	1.2×10^{-2}	0.14	2.00	1.50	---	---	1.01×10^{-2}
U-235	12.79	341.119	9.51	268.19	21.21	708.50	4.04×10^{-3}
U-238	0.93	1.48	7.28	11.40	0.32	0.00	4.05×10^{-3}

B. CONSTANTES DEL GRAFITO (11) (valores experimentales en el rango técnico)

$$\lambda_{tr} = 1/\Sigma_{tr} = 2.54 \text{ cm}^{-1} \quad L = 54.45 \text{ cm}$$

C. CONSTANTES DEL AGUA NATURAL (11) (valores experimentales en el rango técnico)

$$L = 2.85 \text{ cm} \quad \tau = 33 \text{ cm}^2 \quad *$$

* Edad de Fermi de una mezcla de H₂O y Al para neutrones de fisión de U-235.

TABLA 4.0

RESUMEN DE LOS CALCULOS DE ALTURA CRITICA (en cm) de nebulones laminados

	h critico (cm)	h critico corregido (cm)
<u>CALCULOS REACTOR HOMOGENEO</u>		
- Teoría del reactor asintótico	41.71	41.74
- Reactor de tres regiones	27.00	24.02
- Reactor de tres regiones. Un grupo energético modificado	13.00	10.02
<u>CALCULOS REACTOR HETEROGENEO</u>		
- Teoría del reactor asintótico	40.71	42.57
- Reactor de tres regiones	57.00	53.42
- Reactor de tres regiones. Un grupo energético modificado	19.00	15.32

CAPITULO 5

LA EXPERIENCIA CRITICA

5.1.- INTRODUCCION

En el transcurso de este trabajo se han descrito métodos para hallar las condiciones de criticidad de un reactor nuclear. Estos métodos están basados en aproximaciones de la ecuación de transporte neutrónico de Boltzman (i.e. aproximación P1, ecuación de difusión, etc.), aproximaciones a la teoría del reactor asintótico y en la cuantización de neutrones en grupos de energía discreta (método multigrupo).

En todo caso los cálculos están sometidos a las imprecisiones derivadas de las simplificaciones de los modelos utilizados y a las imprecisiones inherentes a la determinación de las "constantes" nucleares del sistema.

Por este motivo en la mayoría de los casos los cálculos de criticidad por medio de modelos sencillos, permiten tener tan solo un "sentimiento general" del orden de magnitud del parámetro crítico utilizado. Por lo tanto se hace indispensable efectuar una comprobación experimental de las condiciones de criticidad; esta comprobación es llamada frecuentemente "experiencia crítica".

La experiencia crítica está basada en el comportamiento de la población neutrónica en estados de subcriticidad en los que es indispensable mantener la fuente externa de neutrones en el reactor para obtener un estado estacionario (condición de pseudo criticidad).

En este capítulo se justifica y se describe esta experiencia y se exponen los resultados de una experiencia crítica en el reactor RPO para confrontar los resultados del capítulo 4 con una situación real.

5.2.-

SISTEMAS PSEUDO-CRITICOS

Consideremos un reactor asintótico térmico, que se encuentra en un estado pseudo crítico, (i.e. está subcrítico mientras no se le coloque una fuente externa de neutrones que garantice una población neutrónica estacionaria). El flujo neutrónico obedecerá, por tanto, la ecuación de difusión térmica que contiene el término correspondiente a una fuente extraña $S(\bar{r})$ (independiente del proceso de fisión):

$$-D_t \nabla^2 \phi_t(\bar{r}) + \Sigma_{at} \phi_t(\bar{r}) = \int d^3r' P_{t\infty} (|\bar{r}-\bar{r}'|) \left(v \Sigma_{ft} \phi_t(\bar{r}') + S(\bar{r}') \right) \quad (5.2.1)$$

todo
el espa-
cio

En esta ecuación se ha asumido que la distribución energética de la fuente externa es suficientemente similar al espectro de fisión, de tal forma que es razonable utilizar el mismo núcleo de termalización para ambas.

Expandimos el flujo y la fuente en términos de las autofunciones de la ecuación de Helmholtz (notese que una autofunción no basta debido a que no hay criticidad):

$$\phi_t(\bar{r}) = \sum_{n=0} \phi_n X_n(\bar{r}) \quad (5.2.2)$$

$$S(\bar{r}) = \sum_{n=0} S_n X_n(\bar{r}) \quad (5.2.3)$$

Sustituimos estas expansiones en la ecuación (5.2.1); además utilizamos la ecuación de Helmholtz, la propiedad del apéndice III y la independencia lineal de las autofunciones de Helmholtz, de tal forma que podemos escribir:

$$D_t \phi_n B_n^2 X_n(\bar{r}) + \Sigma_{at} \phi_n X_n(\bar{r}) = \tilde{P}_{t\infty} (B_n^2) X_n(\bar{r}) \left(v \Sigma_{ft} \phi_n + S_n \right) \quad (5.2.4)$$

y

$$\phi_n = \frac{S_n \tilde{P}_{t^\infty}(B_n^2)}{D_t B_n^2 + \Sigma_{at} - v \Sigma_{ft} \tilde{P}_{t^\infty}(B_n^2)} \quad (5.2.5)$$

Dividimos el numerador y denominador de la ecuación (5.2.5) entre Σ_{at} utilizamos la definición de la longitud de difusión térmica L_t :

$$\phi_n = \frac{S_n \tilde{P}_{t^\infty}(B_n^2) / \Sigma_{at}}{(L_t^2 B_n^2 + 1) - \frac{v \Sigma_{ft} \tilde{P}_{t^\infty}(B_n^2)}{\Sigma_{at}}} \quad (5.2.6)$$

$$\phi_n = \frac{S_n \tilde{P}_{t^\infty}(B_n^2) / (L_t^2 B_n^2 + 1) \Sigma_{at}}{1 - K_{ef.n}} \quad (5.2.7)$$

donde:

$$K_{ef.n} = \frac{v \Sigma_{ft} \tilde{P}_{t^\infty}(B_n^2)}{\Sigma_{at} (1 + L_t^2 B_n^2)} \quad (5.2.8)$$

Definimos el tiempo de vida de los neutrones térmicos "l" de la siguiente manera:

$$l = \frac{\tilde{P}_{t^\infty}}{v(\Sigma_{at} + D B_n^2)} \quad (5.2.9)$$

y si además recordamos que $\phi = v n$ (n es la densidad neutrónica total), la ecuación (5.2.7) se convierte en:

$$\phi_n = \frac{S_n \cdot l}{1 - K_{ef.n}} \quad (5.2.10)$$

Este mismo resultado también se puede obtener a partir de la ecuación de difusión térmica dependiente del tiempo para el caso en el que $n(0) = 0$; $S(t) = S \cdot H(t)$, (donde $H(t)$ es la función de Heaviside). (ver la referencia 14 en la que se muestra un tratamiento que incluye los neutrones retardados).

La significación física de (5.2.10) es la siguiente: si se emiten S_n neutrones por segundo (correspondientes al n -ésimo modo) en un medio no multiplicativo la densidad neutrónica es $S_n \cdot l$; el factor $(1 - K_{ef.n})^{-1}$ debe ser adicionado en el caso de un medio multiplicativo. El incremento de la densidad neutrónica en el medio multiplicativo se muestra en la figura 5.1

<u>NUMERO DE GENERACION</u>	<u>DENSIDAD NEUTRONICA</u>
0	$S_n \cdot l$
1	$S_n \cdot l (1 + K_{ef.n})$
2	$S_n \cdot l (1 + K_{ef.n} + K_{ef.n}^2)$
3	$S_n \cdot l (1 + K_{ef.n} + K_{ef.n}^2 + K_{ef.n}^3)$
...	...
m	$S_n \cdot l (1 + K_{ef.n} + K_{ef.n}^2 + \dots + K_{ef.n}^m)$

FIGURA 5.1

La densidad neutrónica en la m -ésima generación se puede escribir como:

$$n_m = S_n \cdot l \cdot \frac{(1 - K_{ef.n}^{m+1})}{(1 - K_{ef.n})} \quad (5.2.11)$$

Para el caso $K_{ef.n} < 1$ (reactor subcrítico) y m muy grande la ecuación (5.2.11) se convierte en la ecuación (5.2.7).

Esto significa que luego de un número suficientemente grande de generaciones la densidad neutrónica del n -ésimo modo tiende a estabilizarse a un nivel que depende de la constante de multiplicación efectiva de dicho modo (definición 5.2.8). Nótese que si el sistema se aproxima a la criticidad predomina el primer modo ($n = 1$) de la densidad neutrónica y el tiempo de estabilización es mayor. En la figura (5.2)⁽¹⁵⁾ se muestra el tiempo de estabilización (en tiempos de vida neutrónica " l ") para diferentes valores de K_{ef} (correspondientes al primer modo). Obsérvese que para $K_{ef} = 1$

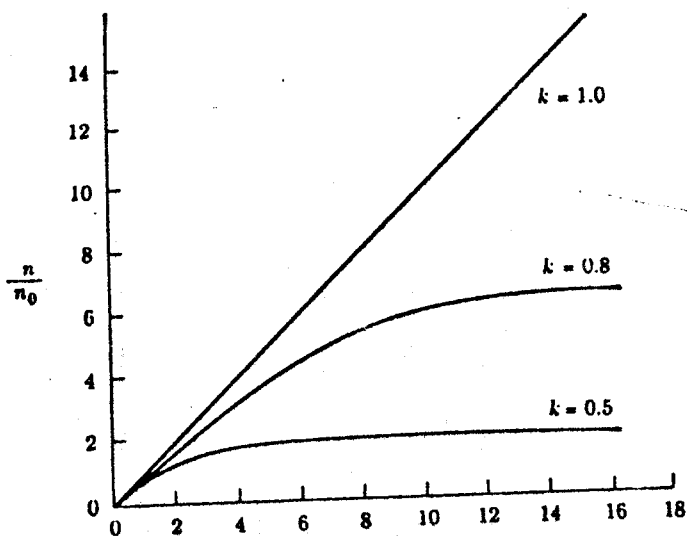


FIGURA 5.2

n o se obtiene la estabilización ya que la población neutrónica crece indefinidamente (debido a la fuente externa de neutrones).

5.3.- LA EXPERIENCIA CRITICA

La experiencia crítica consiste en realizar una aproximación a la criticidad, en un sistema multiplicativo, variando un sólo parámetro (masa de combustible, nivel de moderador, posición de barras de control, etc.) que modifica el K_{ef} del sistema. Para cada estado del parámetro utilizado se toma una medición de la tasa de conteo "CR" cuando la población neutrónica se estabiliza. Para valores $K_{ef} < 1$ se cumplirá la ecuación (5.2.10) de la siguiente forma:

$$CR = \frac{cte.}{1 - K_{ef}} \quad (5.3.1)$$

Observamos que $\lim_{K_{ef} \rightarrow 1} CR = \infty$ y $\lim_{K_{ef} \rightarrow 1} (CR)^{-1} = 0$.

La experiencia crítica se reduce a tomar tasas de conteo (CR) para diferentes estados del parámetro utilizado (que corresponden a diferentes valores de K_{ef}) y graficar $(CR)^{-1}$ vs. el estado del parámetro, de tal forma que la extrapolación del gráfico para $(CR)^{-1} = 0$ corresponde al estado del parámetro que hace crítico el sistema.

En la práctica, la forma de la curva obtenida en esta experiencia es muy sensible a la localización del detector de neutrones con respecto a la fuente externa.

Por este motivo, y para prevenir fallas de la instrumentación, se utilizan varios detectores en diferentes posiciones. Las posiciones críticas predichas por todas las cadenas de medición deben ser aproximadamente las mismas.

En el caso del presente trabajo el parámetro de interés es el nivel de moderador (agua natural) que determina la altura del reactor.

En el apéndice VIII se encuentra una descripción de la facilidad crítica y de las cadenas de medición utilizadas.

El procedimiento seguido en esta experiencia es similar al seguido en el caso de la primera aproximación a la criticidad por carga de combustible de la puesta en marcha de un reactor (17) (18) (19) (20), con la diferencia que el parámetro de interés es en nuestro caso el nivel de moderador:

- Se introduce la fuente externa de neutrones en el sistema cargado de combustible.
- Se introduce agua lentamente hasta aproximadamente el 50% del nivel predicho teóricamente y una vez estabilizado el flujo neutrónico se toman lecturas del contaje acumulado en 30 segundos en cada una de las cadenas de medición.
- Se introduce agua hasta un nivel $h_0 + \Delta h_0$ donde h_0 es el nivel anterior y Δh_0 es la mitad del agua que habría que aumentar para llegar a la criticidad según el cálculo teórico. Se espera la estabilización del sistema y se toman lecturas del contaje acumulado en 30 segundos.
- Se grafica la inversa del contaje vs. el nivel de moderador y se extrapola con los dos últimos puntos un valor " h_{ext} ".
- La siguiente introducción de agua se hace en una medida igual a la mitad de lo que falta para llegar al menor " h_{ext} " de las cadenas de medición.
- Con este criterio se continúa introduciendo agua en el núcleo hasta que tengamos una extrapolación segura.

En nuestra experiencia utilizamos 3 detectores de trifluoruro de boro en las posiciones indicadas en la figura VIII.2.

El nivel de moderador se tomó a partir del inicio de la zona de combustible de los elementos combustibles.

En la figura 5.1 se muestra el gráfico para esta experiencia (tres cadenas de medición). Los niveles críticos predichos por estos 3 detectores fueron:

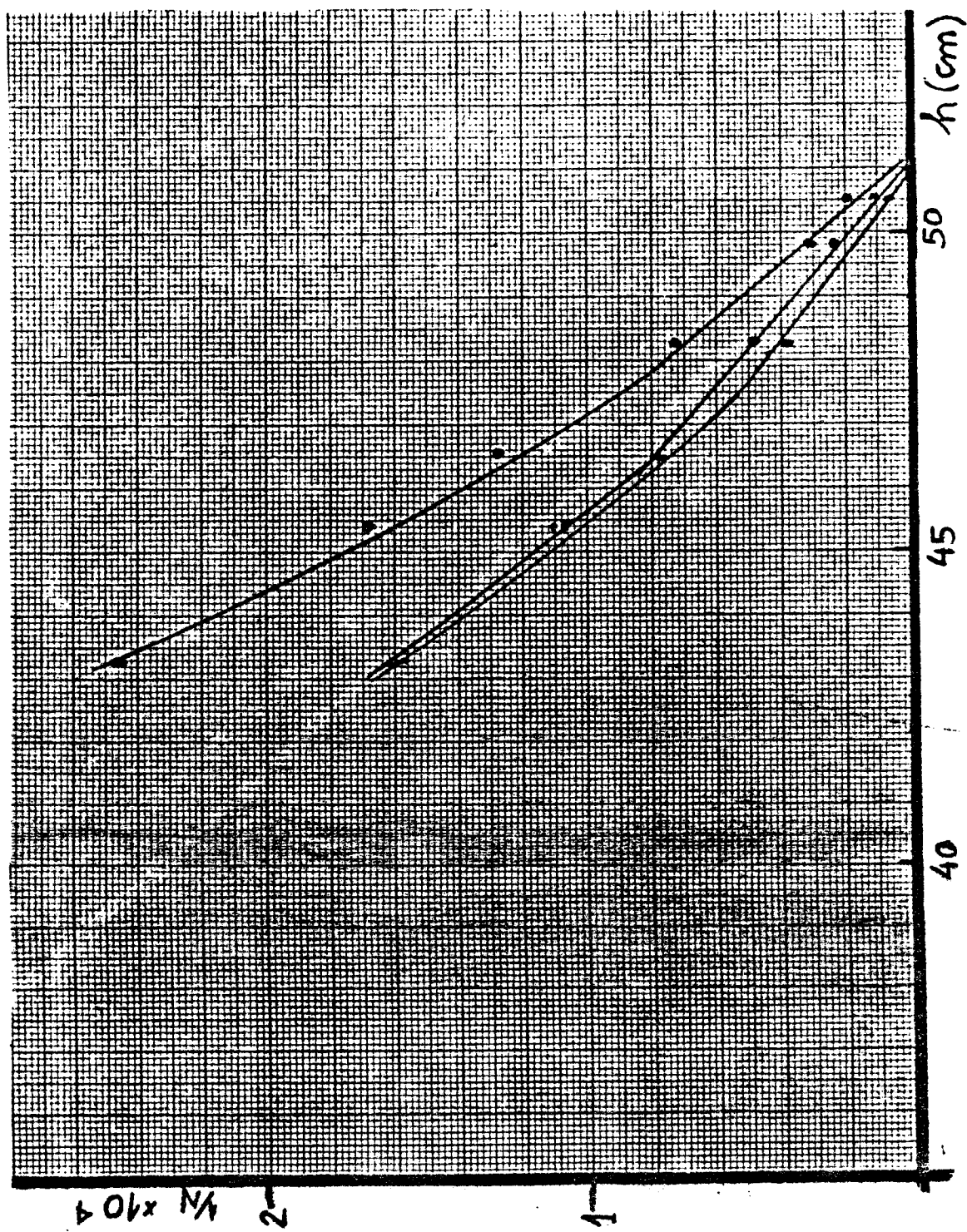


FIGURA 5.1
EXPERIENCIA CRITICA

$$h_c = 51.00 \text{ cm}$$

$$h_c = 50.90 \text{ cm}$$

$$h_c = 51.20 \text{ cm}$$

Tomamos como valor de h_c al promedio de las 3 extrapolaciones:

$$h_c = 51.03 \text{ cm}$$

Una vez obtenido este valor se comprobó experimental que a un nivel $h = 51.05$ se obtiene la criticidad deseada.

CONCLUSIONES6.1.- INTRODUCCION

En el capítulo 4 se realizaron cálculos de la altura crítica del reactor para el caso del reactor homogéneo y el reactor inhomogéneo.

En cada caso se utilizó la teoría del reactor asintótico térmico, teoría de difusión a un grupo térmico en tres regiones y finalmente teoría de difusión a un grupo térmico modificado en tres regiones.

En el capítulo 5 se muestra el resultado experimental de la altura crítica para la configuración nuclear que se utilizó en los cálculos del capítulo 4.

En la tabla 6.1 se resume los resultados teóricos con el resultado experimental y el error obtenido con respecto a este último en cada caso.

En este capítulo se discuten estos resultados.

6.2.- CALCULOS QUE CONSIDERAN LA HOMOGENEIDAD DEL REACTOR

Según se observa en la tabla 6.1 el único resultado próximo a el valor experimental, de los cálculos que consideran la homogeneidad del reactor, es el obtenido por la teoría del reactor asintótico térmico.

Los resultados pobres en los otros casos los atribuimos a la mala determinación de las secciones eficaces en la consideración de la homogeneidad del sistema.

Cabe mencionar, sin embargo, que en el caso del reactor así

tórico térmico se utilizó las mismas constantes que en los otros dos casos. Pero en este caso el cálculo es menos sensible a la variación de las secciones eficaces debido a que el factor $(\nu\Sigma_f/\Sigma_a)$ no varía demasiado con una variación más o menos proporcional de $\nu\Sigma_f$ y Σ_a . El factor $(1+B^2L^2)^{-1}$ tampoco es muy sensible a las variaciones de las secciones eficaces. Sin embargo la principal dificultad de este método es que se ha tenido que utilizar la expresión del ahorro por reflector para la geometría plana, lo cual es una aproximación que puede hacer variar razonablemente el factor $(1+B^2L^2)^{-1}$.

El caso del cálculo a un grupo modificado es el más desfavorable debido a la imprecisión de las constantes en el rango térmico y el rápido a la vez.

6.3.- CALCULOS QUE CONSIDERAN LA HETEROGENEIDAD DEL REACTOR

En la tabla 6.1 observamos que se obtienen resultados compatibles con el valor experimental en el caso del reactor asintótico térmico y en el caso del reactor térmico en tres regiones, lo cual muestra que la consideración de heterogeneidad del reactor es apropiada.

Los resultados pobres del caso de teoría de difusión a un grupo térmico modificado en tres regiones se atribuyen a la mala determinación de las secciones eficaces en el rango rápido.

6.4.- CONCLUSIONES

De los resultados anteriores se desprende que los modelos simplificados de la ecuación de transporte neutrónico: La aproximación a la difusión a un grupo energético térmico y la teoría del reactor asintótico térmico, explicados en los capítulos 1, 2 y 3, son capaces de dar resultados aceptables (menos de 20% de error con respecto a resultados experimentales) del tamaño del reactor, siempre que se usen las constantes nucleares apropiadas.

TABLA 6.1

COMPARACION ENTRE RESULTADOS TEORICOS YRESULTADOS EXPERIMENTALES

(ALTURAS EN cm.)

	Altura Crítica Calculada	Altura crítica Experimental	Error * Porcentual
<u>CALCULOS REACTOR HOMOGENEO</u>			
- Teoría del reactor asintótico térmico....	47.74	51.05	-6.17
- Teoría de difusión a un grupo térmico en tres regiones	24.02	51.05	-52.95
- Teoría de difusión a un grupo térmico modificado en tres regiones	13.00	51.05	-80.97
<u>CALCULOS REACTOR HETEROGENEO</u>			
- Teoría del reactor asintótico térmico....	42.57	51.05	-16.61
- Teoría de difusión a un grupo térmico en tres regiones	53.42	51.05	+ 4.64
- Teoría de difusión a un grupo térmico modificado, en tres regiones	15.32	51.05	-69.99

* el error porcentual está calculado con respecto al valor experimental.

Resulta especialmente ventajoso el cálculo de la teoría del reactor asintótico térmico en el caso homogéneo, dado su sencillez y el hecho de que este método no es muy sensible a las correcciones derivadas del factor de desventaja.

Los cálculos a un grupo energético térmico son capaces de describir el comportamiento general del reactor (más no la distribución de flujo neutrónico). Esto se debe al hecho de que es el flujo térmico que predomina en el moderador del reactor. Los valores de la relación de Cadmio (i.e. cociente entre el promedio del flujo térmico y el del flujo epitérmico) obtenidos en las experiencias de medición de flujo neutrónico por activación de hojuelas, realizados en el mismo reactor RPO, son del orden de 5.

APENDICE 1

NOTACION Y DEFINICIONES

La notación utilizada se ajusta, en su mayor parte a la utilizada en las referencias (1) y (2).

La densidad angular neutrónica, representada por $N(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t)$ es definida como el número probable (o esperado) de neutrones en la posición " \bar{r} ", con dirección " $\bar{\Omega}$ " y energía " E " en el tiempo " t " por unidad de volumen, por unidad de ángulo sólido, por unidad de energía. Así $N(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) d\bar{r} dE d\bar{\Omega}$ es el número esperado de neutrones en el elemento de volumen $d\bar{r}$, en \bar{r} que tienen direcciones en $d\bar{\Omega}$ alrededor de $\bar{\Omega}$ (ver figura 1.1) y energías entre E y $E + dE$ en el tiempo t .

La expresión número probable (o esperado) de neutrones significa que no se considera fluctuaciones de la población neutrónica media.

La integral de la densidad angular neutrónica sobre todas las direcciones es la densidad neutrónica y es representada por $n(\bar{r}, E, t)$:

$$n(\bar{r}, E, t) \equiv \int N(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) d\bar{\Omega}$$

El producto de la velocidad v y la densidad angular neutrónica (para esa velocidad) es llamado corriente angular neutrónica, representada por $\bar{J}(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t)$: $\bar{J}(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) \equiv \bar{v}(E) \times N(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t)$.

La integral de la corriente angular neutrónica sobre todas las direcciones es la corriente neutrónica total, representada por $\bar{j}(\bar{r}, E, t)$:

$$\bar{j}(\bar{r}, E, t) \equiv \int \bar{J}(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) d\bar{\Omega}$$

El producto de $v(=|\bar{v}|)$ por la densidad angular neutrónica es llamado flujo angular de neutrones $\phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t)$: $\phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) \equiv vN(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t)$

$$\text{Nótese que } \bar{J}(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) = \bar{\Omega} \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t)$$

La integral del flujo angular de neutrones en todas las direcciones es el flujo neutrónico total, $\phi(\bar{r}, E, t)$:

$$\phi(\bar{r}, E, t) \equiv \int \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) d\bar{\Omega} = v n(\bar{r}, E, t)$$

Con cada proceso "i" en el reactor, asociamos una cantidad "λ_i" tal que la probabilidad P_i de que un neutrón sufra ese proceso "i" al viajar una pequeña longitud "Δx" está dada por: $P_i = \Delta x / \lambda_i$.

A esta "λ_i" le llamamos recorrido libre medio y $1/\lambda_i$ es la probabilidad, por unidad de longitud (para recorridos cortos), de que un neutrón sufra una reacción de tipo "i".

El valor recíproco de "λ_i", es llamado sección eficaz macroscópica y se denota por Σ_i :

$$\Sigma_i \equiv 1/\lambda_i$$

Esta sección eficaz macroscópica es una suma, pesada sobre todos los núcleos presentes, de las secciones eficaces microscópicas asociadas con el i-ésimo tipo de núcleo presente: $\Sigma_i = \sum_{\mu} N_{\mu} \sigma_{i}^{\mu}$ donde N es la llamada densidad del núcleo μ (número de núcleos μ por unidad de volumen) y σ_{i}^{μ} es la sección eficaz del núcleo "μ" para el proceso "i".

Las secciones eficaces se toman generalmente como funciones de \bar{r} y E solamente.

* Los subíndices "i" que se utilizan para denotar los procesos "i" son: a (absorción), S (dispersión o "scattering"), f (fisión), T (todos los procesos anteriores).

En el caso del proceso de dispersión las secciones eficaces Σ_S dependen evidentemente del ángulo entre las direcciones inicial ($\vec{\Omega}'$) y final ($\vec{\Omega}$) del neutrón dispersado.

Se puede expandir estas secciones eficaces en una serie de Polinomios de Legendre:

$$\Sigma_S(\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \Sigma_{S\ell}(E, \vec{\Omega}) P_{\ell}(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega})$$

Sin embargo se acostumbra, como aproximación, tomar sólo el término para $\ell = 0$. Esto significa que se supone la isotropía del proceso.

Definimos la frecuencia de dispersión $F(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$ de tal forma que $F(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) d\vec{\Omega} dE$ representa la probabilidad de que un neutrón de energía E' en una dirección $\vec{\Omega}'$ al ser dispersado tenga una energía entre E y $E+dE$ con una dirección en $d\vec{\Omega}$ alrededor de $\vec{\Omega}$.

Generalmente la frecuencia de la dispersión es rotacionalmente invariante, esto es, depende sólo del ángulo entre $\vec{\Omega}'$ y $\vec{\Omega}$ (sólo de $\mu = \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}$) y no de $\vec{\Omega}'$ y $\vec{\Omega}$ individualmente:

$$F(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = F(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega})$$

La integral
$$\int d\vec{\Omega} F(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) = F_0(E' \rightarrow E)$$

es el momento cero de la frecuencia de dispersión y es independiente de $\vec{\Omega}'$. $F_0(E' \rightarrow E) dE$ es la probabilidad de que un neutrón con energía E' al ser dispersado tenga una energía entre E y $E+dE$.

También podemos definir el primer momento de la frecuencia de dispersión de la siguiente forma:

$$\int d\vec{\Omega} (\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}') F(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) = F_1(E' \rightarrow E)$$

Definimos el núcleo de moderación, $P(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}, t' \rightarrow t)$ de tal forma que $P(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}, t' \rightarrow t) d^3r dE d\bar{\Omega}$ es la probabilidad de que un neutrón que ha nacido en el tiempo t' , en un punto \bar{r}' en el reactor, con energía E' y con velocidad en la dirección $\bar{\Omega}'$, aparezca en el rango de energía entre E y $E + dE$ en el rango de ángulo sólido $d\bar{\Omega}$ alrededor de $\bar{\Omega}$, en d^3r alrededor de \bar{r} , después de un intervalo de tiempo $\Delta t = t - t'$.

Nos interesa especialmente en este trabajo la criticidad y las condiciones para la existencia de ésta. Definimos la criticidad de un reactor como el estado que se refleja en una población neutrónica independiente del tiempo, (i.e. $\partial N(\bar{r}, E, \bar{\Omega}, t) / \partial t = 0$), sin necesidad de tener una fuente externa (ajena a la fisión) de neutrones. Físicamente la criticidad significa que en el reactor se lleva a cabo una reacción nuclear en cadena en forma autosostenida.

El estado del reactor en el que se logra el estado estacionario de la población neutrónica con ayuda de una fuente externa de neutrones se llama pseudo-criticidad.

Condiciones de criticidad, son la combinación de parámetros físicos y geométricos del sistema que posibilitan la criticidad.

APENDICE II

IDENTIDADES VECTORIALES

II.1

$$\int \bar{A} \cdot \bar{\Omega} d\Omega = 0$$

Escogemos como eje polar un vector en la dirección A (ver figura II.1).

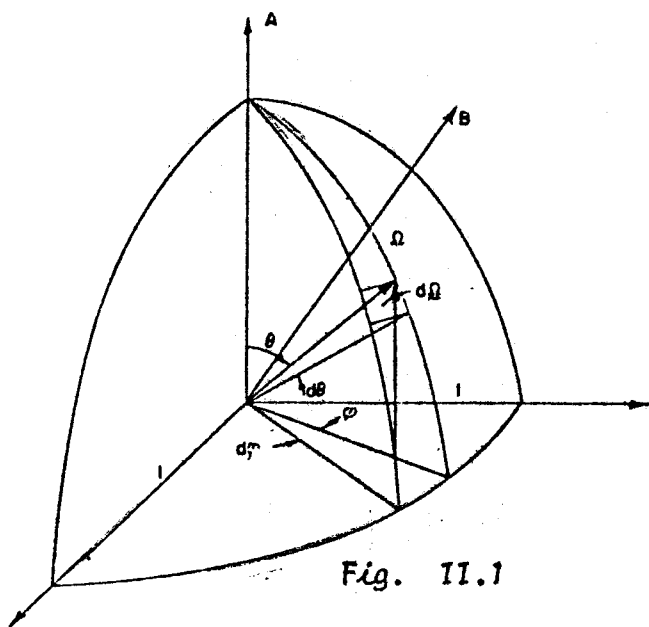


Fig. II.1

Luego:

$$\bar{A} \cdot \bar{\Omega} = |A| \cos \theta = |A| \mu$$

(donde se ha definido $\mu = \cos \theta$)

$$\begin{aligned} \int \bar{A} \cdot \bar{\Omega} d\bar{\Omega} &= |A| \int \cos \theta d\bar{\Omega} \\ &= |A| \int_{-1}^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} d\phi = 0 \end{aligned}$$

II.2

$$\int \bar{A} \cdot \bar{\Omega} \bar{\Omega} d\bar{\Omega} = \frac{4}{3} \pi \bar{A}$$

Nótese que el único vector sobre el cual no se integra es \bar{A} , de manera que el resultado de la integral debe ser proporcional a \bar{A} :

$$\int \bar{A} \cdot \bar{\Omega} \bar{\Omega} d\bar{\Omega} = C \bar{A}$$

Tomamos el producto escalar de esta ecuación con A :

$$\int (\bar{A} \cdot \bar{\Omega})^2 d\bar{\Omega} = |A^2| C$$

Nuevamente escogemos \bar{A} como eje polar:

$$|A^2| C = |A^2| \int_{-1}^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{4\pi}{3} |A^2|$$

$$C = \frac{4\pi}{3}$$

$$11.3 \quad \int (\bar{A} \cdot \bar{\Omega}) (\bar{B} \cdot \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} = \frac{4\pi}{3} \bar{A} \cdot \bar{B}$$

Tomamos el producto escalar de 11.2 por \bar{B} y el resultado es inmediato.

$$11.4 \quad \int (\bar{A} \cdot \bar{\Omega}) (\bar{B} \cdot \bar{\Omega}) \bar{\Omega} d\bar{\Omega} = 0$$

Esta integración sobre $\bar{\Omega}$ es igual a la integración sobre $-\bar{\Omega}$, por lo tanto su valor debe ser nulo.

APENDICE III

Lema: Si $X(\bar{r})$ es solución de la ecuación de Helmholtz con número de onda B_n , entonces se cumple:

$$\int \delta(\bar{r} - \bar{r}') x(\bar{r}') d^3 r' = \tilde{\delta}(B_n^2) x(\bar{r})$$

todo el espacio

donde $\tilde{\delta}(B_n^2)$ es la transformada de Fourier de $\delta(\bar{r})$ tomada en $k^2 = B_n^2$.

Prueba: Tomamos la transformada de Fourier del primer miembro; en virtud del teorema de convolución esta resulta: $\tilde{\delta}(k^2) x(k)$, donde $\tilde{\delta}(k^2)$ denota la transformada de Fourier de δ . $\tilde{x}(k) = 0$ a menos que k^2 , luego el primer miembro de la ecuación queda:

$$\tilde{\delta}(B_n^2) x(k)$$

Tomamos la antitransformada de Fourier de esta expresión y resulta:

$$\tilde{\delta}(B_n^2) x(\bar{r}) \qquad \text{L.Q.Q.D.}$$

APENDICE IV

EL LAPLACIANO GEOMETRICO EN GEOMETRICA CILINDRICA

- En el capítulo 2 se definió el laplaciano geométrico " B_0^2 " como el menor autovalor de la ecuación de Helmholtz. Dicha ecuación en geometría cilíndrica (considerando simetría azimutal) es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + B^2 \phi = 0$$

- Buscamos la solución de ϕ por separación de variables (i.e. $\phi(r, z) = R(r) \times Z(z)$) de tal forma la ecuación se convierte en dos ecuaciones independientes:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \alpha^2 R = 0$$

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + (B^2 - \alpha^2) Z = 0$$

- La primera de estas ecuaciones es una ecuación ordinaria de Bessel de orden cero, y si tenemos en cuenta las condiciones:

$$R(0) = \text{finito}$$

$$R(r_{\text{ext}}) = 0, \quad (r_{\text{ext}} \text{ es el radio extrapolado}),$$

su solución es:

$R(r) = A J_0(\alpha r)$ (la función ordinaria de Bessel, de primera especie y orden cero), donde el menor autovalor es $\alpha = 2.405/r_{\text{ext}}$.

- La solución de la segunda ecuación con la condición

$$Z(0) = Z(h_{\text{ext}}) = 0, \quad (h_{\text{ext}} \text{ es la altura extrapolada})$$

es:

$Z(z) = C \operatorname{sen} (\sqrt{B^2 - \alpha^2} z)$, cuyo primer autovalor es

$$\sqrt{B^2 - \alpha^2} = \frac{\pi}{h_{\text{ext}}}$$

de tal forma que el Laplaciano geométrico del sistema es:

$$B_g^2 = \left(\frac{2.405}{h_{\text{ext}}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{h_{\text{ext}}}\right)^2$$

Nótese que para la obtención de B_g^2 se han tomado en cuenta sólo consideraciones de tipo geométrico.

APENDICE V

AHORRO POR REFLECTOR

Consideremos un reactor en forma de placa infinita de espesor a , rodeado en ambos lados por reflectores de espesor extrapolado b . (ver figura V.1)

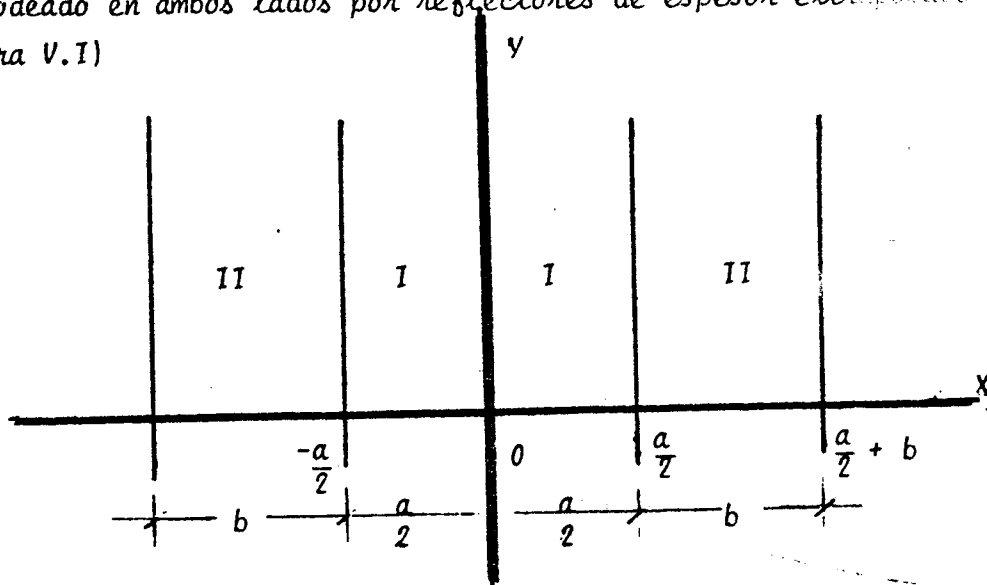


FIGURA V.1

Las ecuaciones (difusión) a un solo grupo (térmico) para las regiones I (núcleo) y II (reflector) son:

$$\frac{d^2}{dx^2} \phi_I + B_I^2 \phi_I = 0$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \phi_{II} - \frac{1}{L_{II}^2} \phi_{II} = 0$$

donde $B_I^2 = \frac{\nu \Sigma_f I}{D_I} - \frac{\Sigma_a I}{D_I}$, y, $\frac{1}{L_{II}^2} = \frac{\Sigma_a II}{D_{II}}$

Las soluciones de estas ecuaciones son respectivamente:

$$\phi_I(x) = A \cos B_I x$$

$$\phi_{II}(x) = C \sinh\left(\frac{x}{L_{II}}\right) + E \cosh\left(\frac{x}{L_{II}}\right)$$

Al aplicar la condición de anulación del flujo en $x = \frac{a}{2} + b$ la última relación se convierte en:

$$\phi_{II}(x) = A' \sinh\left(\frac{1}{L_{II}} \left(\frac{1}{2}a + b - x\right)\right)$$

Aplicamos la condición de continuidad del flujo y la condición en $x = \frac{1}{2}a$; así tenemos:

$$\begin{aligned} A \cos\left(B_I \frac{a}{2}\right) &= A' \sinh\left(\frac{b}{L_{II}}\right) \\ D_I B_I \operatorname{tg}\left(B_I \frac{a}{2}\right) &= \frac{D_{II} A'}{L_{II}} \cosh\left(\frac{b}{L_{II}}\right) \end{aligned}$$

dividiendo la última expresión entre la penúltima:

$$D_I B_I \operatorname{tg}\left(\frac{B_c a}{2}\right) = \frac{D_{II}}{L_{II}} \operatorname{ctg} h\left(\frac{b}{L_{II}}\right)$$

que es la condición de compatibilidad del sistema para la criticidad.

Definimos "ahorro por reflector" (δ) como la diferencia de dimensiones de dos reactores en estado de criticidad, de la misma composición, uno desnudo y el otro provisto de un reflector.

Así $\delta = \frac{a_0 - a}{2}$ es el ahorro por reflector de nuestro reactor de espesor " a " con respecto a otro de espesor " a_0 ", de la misma composición, desnudo y en estado de criticidad. Sustituimos $\frac{a}{2} = \frac{a_0}{2} - \delta$ en la condición de compatibilidad hallada anteriormente:

$$D_I B_I \operatorname{tg}\left(\frac{B_c a_0}{2} - B_c \delta\right) = \frac{D_{II}}{L_{II}} \operatorname{ctg} h\left(\frac{b}{L_{II}}\right)$$

Y si tenemos en cuenta que para un reactor desnudo se debe cumplir $B_c = \pi/a_0$ la última ecuación queda:

$$D_I B_I \operatorname{ctg} B_c \delta = \frac{D_{II}}{L_{II}} \operatorname{ctg} h \left(\frac{b}{L_{II}} \right)$$

δ

$$\delta = \frac{1}{B_I} \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{L_{II} D_I B_I}{D_{II}} \operatorname{tgh} \left(\frac{b}{L_{II}} \right) \right]$$

Nótese que para espesores "b" del reflector del orden o mayores que 1.5 veces su longitud de difusión térmica se puede considerar dicho reflector como infinito.

La expresión de ahorro por reflector "δ" ha sido hallada para geometría rectangular a un solo grupo energético. Esta expresión tiende a ser válida para otras geometrías, siendo mejor la aproximación para reactores grandes ($B_I \ll 1$). Además los tratamientos que toman en consideración la contribución de varios grupos energéticos no traen consigo demasiada variación del resultado obtenido a un grupo térmico⁽¹²⁾.

APENDICE VI

EXPRESIONES PARA LA TRANSFORMADA DE FOURIER DEL NUCLEO DE MODERACION DE UN MEDIO INFINITO

En los capítulos I, II y III se ha utilizado el momento cero del núcleo de los núcleos de moderación $P_0(|\bar{r}' - \bar{r}|, E' \rightarrow E)$ y de termalización $P_{ot}(|\bar{r}' - \bar{r}|, E') = \int_0^{E_c} dE P_0(|\bar{r}' - \bar{r}|, E' \rightarrow E)$, (E_c es la energía de corte del grupo térmico), así como sus respectivas transformadas de Fourier. En esta sección llamaremos núcleo de termalización de un medio infinito al promedio sobre el espectro de fisión del momento cero del núcleo de termalización de medio infinito definido anteriormente:

$$P(|\bar{r}' - \bar{r}|) = \int \delta(E') P_{ot\infty}(|\bar{r}' - \bar{r}|, E') dE'$$

La transformada de Fourier de $P(|\bar{r}|)$ es:

$$\tilde{P}(K^2) = \int_R P(|\bar{r}|) e^{i\bar{k} \cdot \bar{r}} d^3r$$

o

$$\tilde{P}(K^2) = 4\pi \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}(Kr)}{Kr} P(r) r^2 dr$$

(en coordenadas esféricas).

Además en la sección 2.4 se mencionó que el único valor de K^2 que trae consigo solución no trivial del flujo neutrónico es $K^2 = B_m^2$.

El valor $\tilde{P}(B_m^2)$ dividido entre $\tilde{P}(0)$ es la probabilidad de no fuga durante la moderación (segundo Teorema Fundamental de la Teoría de Reactores⁽⁶⁾).

Al hacer la expansión de $\tilde{P}(B_m^2)$ en serie de Taylor obtenemos:

$$\tilde{P}(B_m^2) = 4\pi \sum_n \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} B_m^{2n} \int_0^\infty r^{2n} P(r) r^2 dr$$

y si tenemos en cuenta que

$$\tilde{P}(0) = 4\pi \int_0^\infty P(r) r^2 dr$$

y definimos el momento m -ésimo del núcleo de termalización como

$$\langle r^m \rangle = \frac{\int_0^\infty r^m P(r) r^2 dr}{P(0)}$$

(referencias 6 y 11) resulta:

$$\tilde{P}(B_m^2) = \tilde{P}(0) \sum_n \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} B_m^{2n} \langle r^{2n} \rangle$$

Si consideramos un reactor suficientemente grande como para tener en cuenta sólo los dos primeros términos ($n = 0, 1$) de la expansión, tendremos:

$$\tilde{P}(B_m^2) = \tilde{P}(0) \left(1 - \frac{1}{6} B_m^2 \langle r^2 \rangle \right)$$

El factor $\frac{1}{6} \langle r^2 \rangle$ es conocido como "edad de Fermi" del reactor (2) (6) " τ " de tal forma que:

$$\tilde{P}(B_m^2) = \tilde{P}(0) (1 - B_m^2 \tau)$$

Y para valores de B_m^2 suficientemente pequeños se puede escribir:

$$P(B_m^2) = \tilde{P}(0) (1 + B_m^2 \tau)^{-1}$$

6

$$P(B_m^2) = \tilde{P}(0) e^{-B_m^2 \tau}$$

que es el mismo resultado obtenido en la teoría de difusión-edad de Fermi⁽⁶⁾ que considera una moderación continua.

APENDICE VII

METODO DE AMOUYAL-BENOIST-HOROWITZ PARA EL CALCULO DEL FACTOR DE UTILIZACION TERMICA (9)(11)(12)

Este método está basado en la aplicación de la aproximación a la difusión en el moderador y de la teoría de colisiones múltiples en el combustible, en el rango térmico, de una celda unitaria. Este método parte de las siguientes condiciones de la celda:

- La corriente neutrónica es nula en el contorno de la celda.
- La densidad de moderación "q" es constante en el moderador y nula en el combustible.

Sea $G(\bar{r}, \bar{r}')$ el flujo monoenergético en \bar{r} debido a una fuente puntual en \bar{r}' . $G(\bar{r}, \bar{r}')$ es la función de Green que describe el transporte neutrónico en la celda.

Si \bar{r} y \bar{r}' son puntos en el combustible y el moderador respectivamente y tomamos "q" como fuente, el flujo $\phi(\bar{r})$ en el combustible debido a los neutrones que se termalizan en el moderador es:

$$\phi_c(\bar{r}) = q \int_{V_M} G(\bar{r}, \bar{r}') d^3r'$$

y el número total de neutrones absorbidos por segundo en el combustible es:

$$\Sigma_{ac} \int_{V_C} \phi_c(\bar{r}) d^3r = \Sigma_{ac} q \int_{V_C} d^3r \int_{V_M} G(\bar{r}, \bar{r}') d^3r'$$

* Definición: Densidad de Moderación "q(r)" = $\int_{E_c}^{\infty} dE' \int_0^{E_c} dE F(E' \rightarrow E) \phi(r, E')$

El factor de utilización térmica es este número dividido en tre $q V_M$ (número de neutrones que se moderan en la celda por segundo).

Utilizamos el teorema de la reciprocidad⁽⁹⁾:

$$G(\bar{n}, \bar{n}') = G(\bar{n}', \bar{n})$$

de tal forma que el factor de utilización es:

$$f = \frac{\Sigma_{ac}}{V_M} \int_{V_M} d^3n' \int_{V_C} G(\bar{n}', \bar{n}) d^3n$$

Análogamente a la expresión de "f", la función

$$P = \frac{\Sigma_{aM}}{V_C} \int_{V_M} d^3n' \int_{V_C} G(\bar{n}, \bar{n}') d^3n$$

es la probabilidad de que un neutrón nacido en el combustible sea absorbido en el moderador. Nótese que $P = P_c \times P'$ donde P_c es la probabilidad de que un neutrón escape del combustible y P' es la probabilidad de que una vez escapado el neutrón sea absorbido por el moderador.

De las últimas ecuaciones podemos escribir:

$$f = \frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{aM}} \frac{V_C}{V_M} P_c P'$$

Esta última ecuación puede escribirse de la forma

$$\frac{P'}{f} = \frac{\Sigma_{aM}}{\Sigma_{ac}} \frac{V_M}{V_C} \frac{1}{P_c}$$

$$\frac{1}{\delta} - 1 = \frac{\Sigma_{aM} V_M}{\Sigma_{ac} V_c} \times \frac{1}{P_c} + \frac{1-\beta-P'}{\delta}$$

Esta expresión es más sensible a P_c que P' .

Se busca una expresión aproximada de P' asumiendo que el combustible es "negra" para los neutrones (i.e. todos los neutrones que llegan a ella son absorbidos).

Sea P_M la probabilidad de que un neutrón nacido en el moderador cruce la interfase entre el combustible y el moderador (Nótese que $P_M = \delta$)

$$P_M = \frac{\Sigma_{ac} V_c}{\Sigma_{aM} V_M} P_c P'$$

Para un absorbente de dimensiones grandes con respecto a su recorrido libre medio el factor P_c es (6):

$$P_c = \frac{S_c}{4 V_c \Sigma_{ac}}$$

donde S_c es la superficie del combustible.

Luego

$$P' = \frac{\Sigma_{aM} V_M P_M}{S_c}$$

$$y: \frac{1}{\delta} - 1 = \frac{\Sigma_{aM} V_M}{\Sigma_{ac} V_c} \left(\frac{1}{P_c} \right) + \frac{1-P_M}{P_M} - \frac{\Sigma_{aM} V_M}{S_c} \quad (I)$$

P_c es la probabilidad de que los neutrones producidos uniformemente en el combustible escapen de él. Este valor se calcula como la suma de probabilidades de que un neutrón escape sin haber sufrido ninguna colisión, después de haber sufrido una colisión, dos, tres, etc.

El valor P_c en geometría cilíndrica⁽⁹⁾⁽¹²⁾ es:

$$P_c = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{TC}}\right) \left(A' \left(1 + \alpha \left(\frac{\Sigma_{SC}}{\Sigma_{TC}}\right) + \beta \left(\frac{\Sigma_{SC}}{\Sigma_{TC}}\right)^2 \right) + a \Sigma_{TC} \right)} \quad (II)$$

donde a es el radio del combustible y α y β son funciones de $a \Sigma_{SC}$ que se encuentran representadas en la referencia (11), el valor A' es $A' = \left(P_{CO} / (1 - P_{CO}) - a \Sigma_{TC} \right)$ donde P_{CO} es la probabilidad de escape sin colisión.

A' está tabulado en la referencia (11) como función de $a \Sigma_{TC}$.

P_M , la probabilidad de que un neutrón nacido uniformemente e isotrópicamente en el moderador ingrese al combustible (supuesto negro para los neutrones) puede calcularse con la aproximación a la difusión en el moderador.

Planteando la ecuación de difusión a un grupo térmico en el moderador e imponiendo la condición de anulación de la corriente neutrónica en el contorno de la celda cilíndrica se obtiene:

$$\phi_M(r) = C \left(I_0(K_M r) K_1(K_M b) + I_1(K_M b) K_0(K_M r) \right) + q / \Sigma_{aM}$$

donde $K_M = 1/L_M$ y b es el radio de la celda.

Según lo visto en la sección 3.7 la condición de contorno para la difusión es:

$$\frac{1}{\phi_M} \left(\frac{d\phi(r)}{dr} \right)_{S_C} = - \frac{1}{d_{ext}}$$

donde S_C es el contorno interno del moderador ($r = a$) y d_{ext} es la distancia extrapolada.

Si el combustible se supone negro, el número de neutrones absorbidos por él coinciden con la corriente neutrónica en su superficie, esto es:

$$P_M = \frac{-S_C D_M (\nabla \phi(r))_{SC}}{q V_M}$$

La expresión de la condición de contorno se puede escribir:

$$\frac{K_M C (I_1(K_M a) K_1(K_M b) - I_1(K_M b) K_1(K_M a))}{C (I_0(K_M a) K_1(K_M b) + I_1(K_M b) K_0(K_M a)) + \frac{q}{\Sigma_{aM}}} = \frac{-1}{d_{ext}}$$

$$o \quad \frac{C A}{C R + q/\Sigma_{aM}} = \frac{-1}{d_{ext}}$$

$$\text{donde } A = K_M (I_1(K_M a) K_1(K_M b) - I_1(K_M b) K_1(K_M a))$$

$$R = (I_0(K_M a) K_1(K_M b) + I_1(K_M b) K_0(K_M a))$$

$$\text{de donde } C = \frac{-q}{\Sigma_{aM} (d_{ext} A + R)}$$

Con esta última expresión y con la expresión del flujo en el moderador, la expresión de P_M queda:

$$P_M = \frac{S_C D_M A}{V_M \Sigma_{aM} (d_{ext} A + R)}$$

$$o \quad \frac{1}{P_M} = \frac{V_M \Sigma_{aM}}{S_C D_M} \left(d_{ext} + \frac{R}{A} \right) \quad (III)$$

sustituyendo (III) y (II) en (I) queda:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{\Sigma_{aM} M}{\Sigma_{aC} V_C} \left(1 + \frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{TC}} \times A' \left(1 + \alpha \left(\frac{\Sigma_{SC}}{\Sigma_{TC}} \right) + \beta \left(\frac{\Sigma_{SC}}{\Sigma_{TC}} \right)^2 \right) \right) +$$

$$+ \left(\frac{a d_{ext}}{2 L_M^2} - a \Sigma_{aM} \right) \frac{V_M}{V_C} + \frac{V_M \Sigma_{aM}}{2V_C D_M} a \frac{R}{\lambda}$$

que es la expresión de Amouyal-Benoist-Horowitz para el factor de utilización térmica.

En nuestro caso los valores utilizados fueron los siguientes:

$$a = 0.3835 \text{ cm}$$

$$b = 1.0054 \text{ cm}$$

$$K_M a = 0.0896$$

$$K_M b = 0.2348$$

$$V_M/V_C = 5.8607$$

$$\frac{\Sigma_{aM} V_M}{\Sigma_{aC} V_C} = 0.1647$$

$$d_{ext} = 0.6887 \text{ cm}$$

$$A' = 0.0824 \text{ (11)}$$

$$\alpha = 0.018 \text{ (11)}$$

$$\beta = 0.012 \text{ (11)}$$

$$\Sigma_{aC}/\Sigma_{TC} = 0.6685$$

$$\Sigma_{SC}/\Sigma_{TC} = 0.331468$$

$$\frac{V_M \Sigma_{aM}}{2V_C D_M} a \frac{R}{\lambda} = 1.0114$$

Los valores de las secciones eficaces y longitud de difusión se obtienen del capítulo 4.

El valor de $1/\xi$ obtenido es:

$$\frac{1}{\xi} = 1.1987$$

APENDICE VIII

EL REACTOR DE ENTRENAMIENTO RPO Y LA INSTRUMENTACION UTILIZADA

GENERALIDADES

El reactor nuclear RPO es un conjunto crítico destinado a la realización de experiencias en el campo de la física de reactores nucleares y a la capacitación de personal en las áreas de operación y mantenimiento de reactores.

El sistema es un reactor térmico de uranio enriquecido al 20% con U-235, moderado por agua natural desmineralizada hasta una conductividad del orden de 2.5 micromho/cm. Su geometría es cilíndrica y posee dos reflectores de grafito. La masa de operación es variable hasta 2900g (aprox.) de U-235.

El reactor fue diseñado para cumplir con los siguientes requisitos funcionales:

- Baja potencia de operación (1 watt)
- Libre acceso al núcleo
- Facilidades de irradiación
- Posibilidad de variación de la configuración del núcleo
- Amplia información de los parámetros de operación

El reactor está provisto de una lógica de seguridad que comprende una lógica de enclavamiento (que inhabilita las señales de incremento de nivel de moderador y de subida de barras de control en situaciones inseguras), y una lógica de SCRAM (que produce la parada rápida del reactor mediante el vaciado del moderador y la caída de las barras de control).

EL REACTOR

El tanque del reactor es cilíndrico y mide 34 cm. de diámetro interior y 100 cm de altura; éste contiene una grilla anular (Fig. VIII-1) que sostiene a los elementos combustibles (en forma de varillas), así como el agua desmineralizada (moderador).

La grilla rodea un reflector de grafito que está contenido en un tanque de aluminio de 16 cm de diámetro.

Rodea al tanque del reactor un reflector de grafito externo, de geometría octogonal (Fig. VIII-2). En el reflector externo se encuentran alojados 7 detectores de neutrones que miden el flujo neutrónico en dos rangos (tres en el rango de arranque y cuatro en el rango de marcha).

El control del reactor, en operación rutinaria, se realiza por medio de cuatro barras de cadmio envainadas en aluminio, que se deslizan entre el núcleo y el reflector externo.

Todo el conjunto se encuentra contenido en el interior de un tanque de acero de 200 cm de diámetro y 151 cm de altura.

FUENTE DE NEUTRONES

La fuente externa de neutrones es de Am-Be y su intensidad es de 4.24×10^5 neutrones al 16-7-77; la misma que es acercada a la base del tanque del reactor mediante un tubo neumático.

EL COMBUSTIBLE NUCLEAR

Cada elemento combustible está constituido por una mezcla de 70% de dióxido de uranio (UO_2) enriquecido al 20.09% en U-235, 15% de brea aglutinante y 15% de grafito, extrudada, degasada y encapsulada en una

vaina cilíndrica de aluminio de pureza de 99.5%.

La longitud del elemento es de 540 mm con dos tapones reflectores de grafito en ambos extremos, de 35 mm en el extremo inferior y 28.5 mm en el extremo superior para la vaina en posición vertical.

LA INSTRUMENTACION UTILIZADA

La instrumentación del reactor comprende cadenas de medición - de flujo neutrónico en dos rangos: el rango de arranque (modo pulso) y el rango de marcha (modo corriente). Todas las cadenas de medición proveen señales a las lógicas de seguridad y poseen indicación en la consola del reactor.

En la experiencia crítica se utilizó tan sólo las tres cadenas del rango de arranque, cada una de las cuales consta de:

- 1 cámara de trifluoruro de boro enriquecido al 90% en B-10, a 40 cm de Hg de presión, CENTRONIC 31EB40
- Fuente de alta tensión (Mod CNEA 081)
- Preamplificador (Mod CNEA 011)
- Fuente de baja tensión para el pre amplificador (Mod CNEA 021)
- Amplificador conformador de pulsos (Mod CNEA 031)
- Discriminador monocanal (Mod CNEA 041)
- Escalímetro (Mod CNEA 051)

Los módulos están contruidos en el standard NIM (Nuclear Instrumentation Modules) y alojados en cabinas BIN.

El esquema de las cadenas de arranque se muestra en la figura VIII-4.

La cámara de BF-3 es un contador proporcional que emplea la - reacción nuclear $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ para la detección de neutrones térmicos.

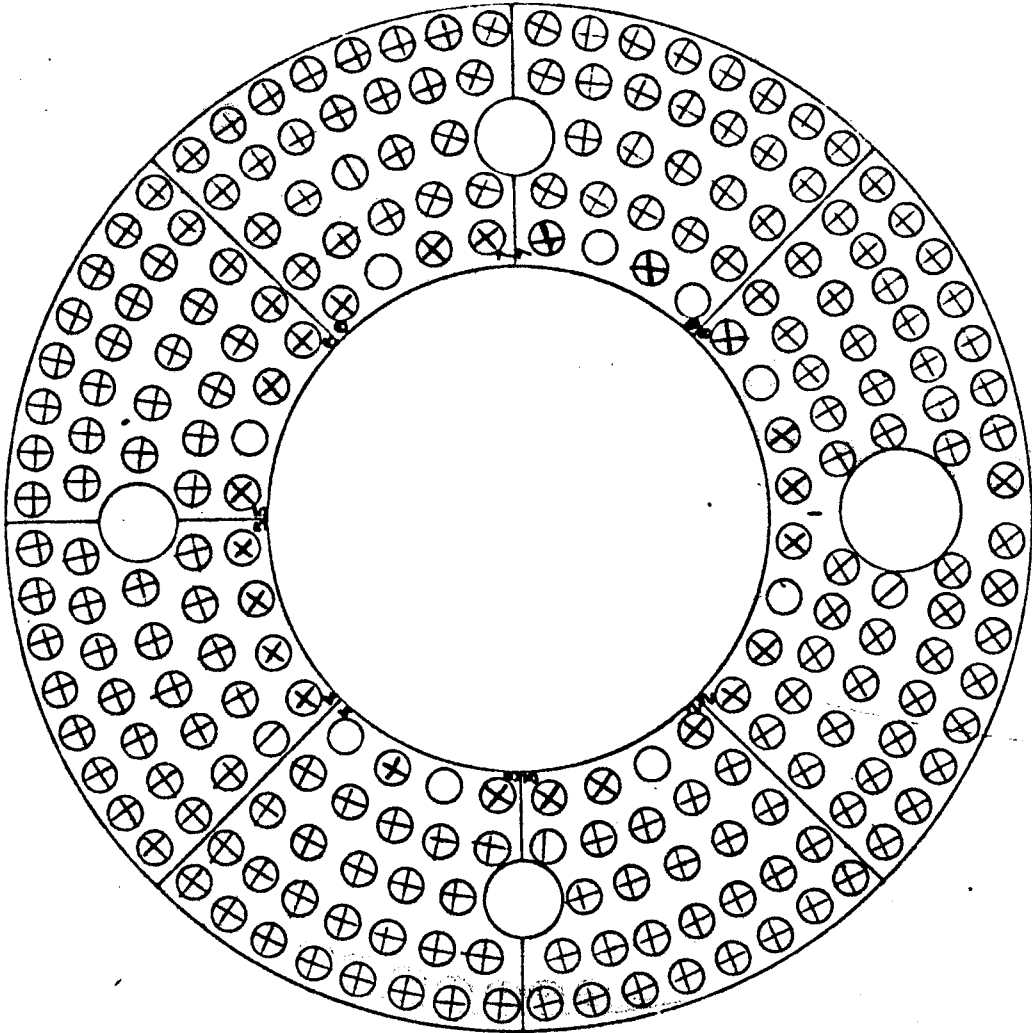


FIGURA VIII-1

GRILLA DEL REACTOR
(Vista de planta)

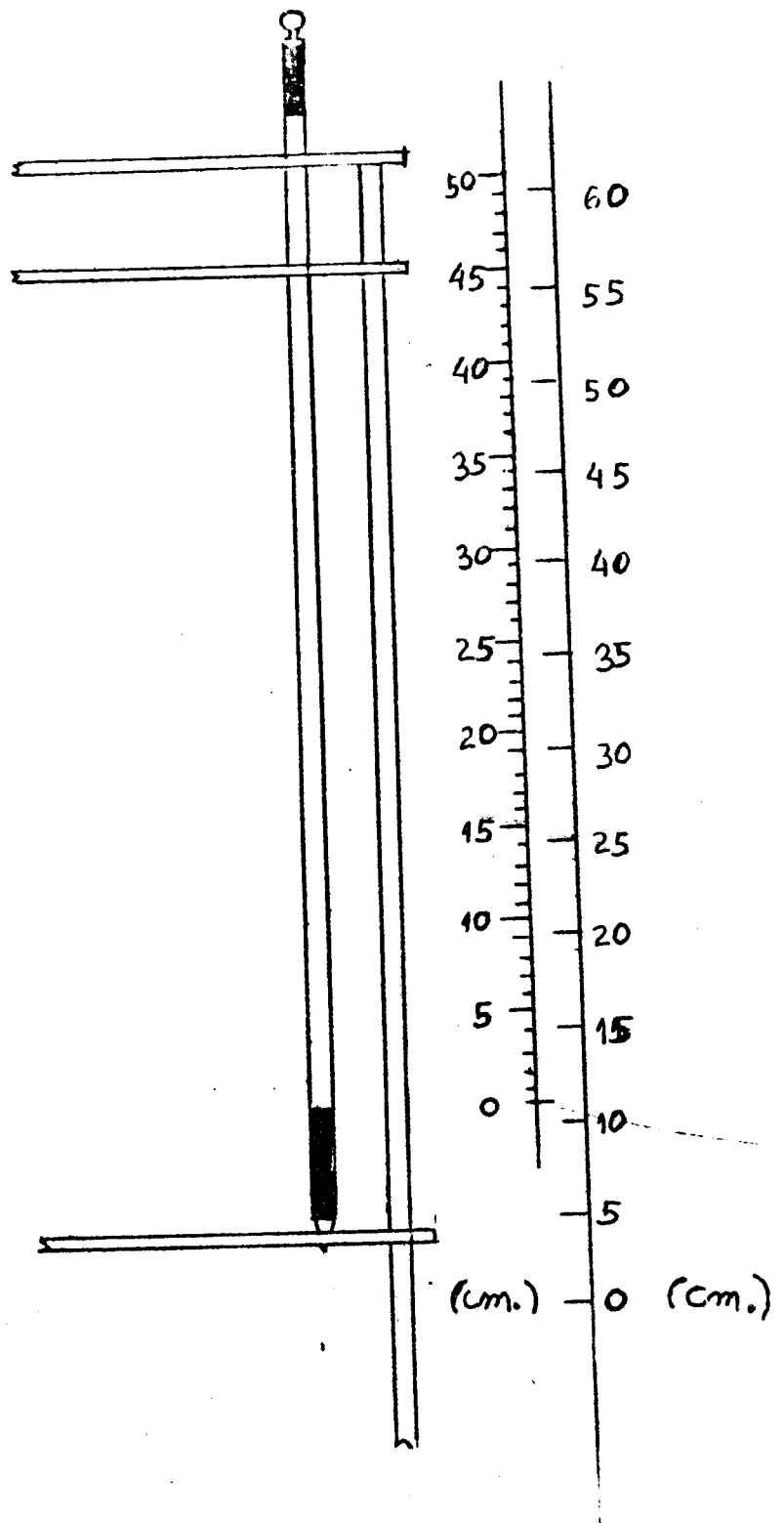


FIGURA VIII.3

CORTE LATERAL DE LA GRILLA Y POSICION
DE UN ELEMENTO COMBUSTIBLE

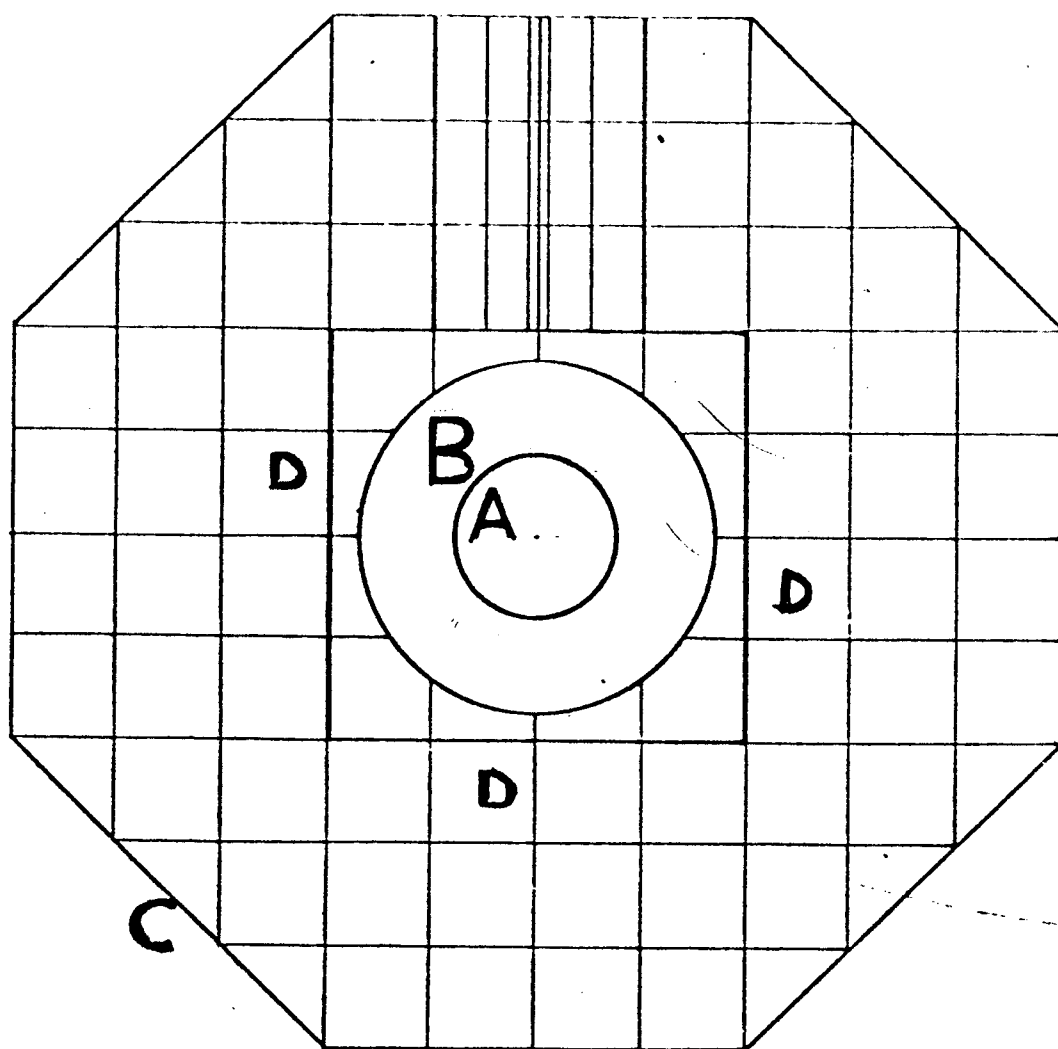


FIGURA VIII.2

VISTA DE PLANTA DEL REACTOR

- A: REFLECTOR INTERNO
- B: GRILLA PARA LOS ELEMENTOS COMBUSTIBLES
- C: REFLECTOR EXTERNO
- D: UBICACION DE DETECTOR DE TRIFLUORURO DE BORO.

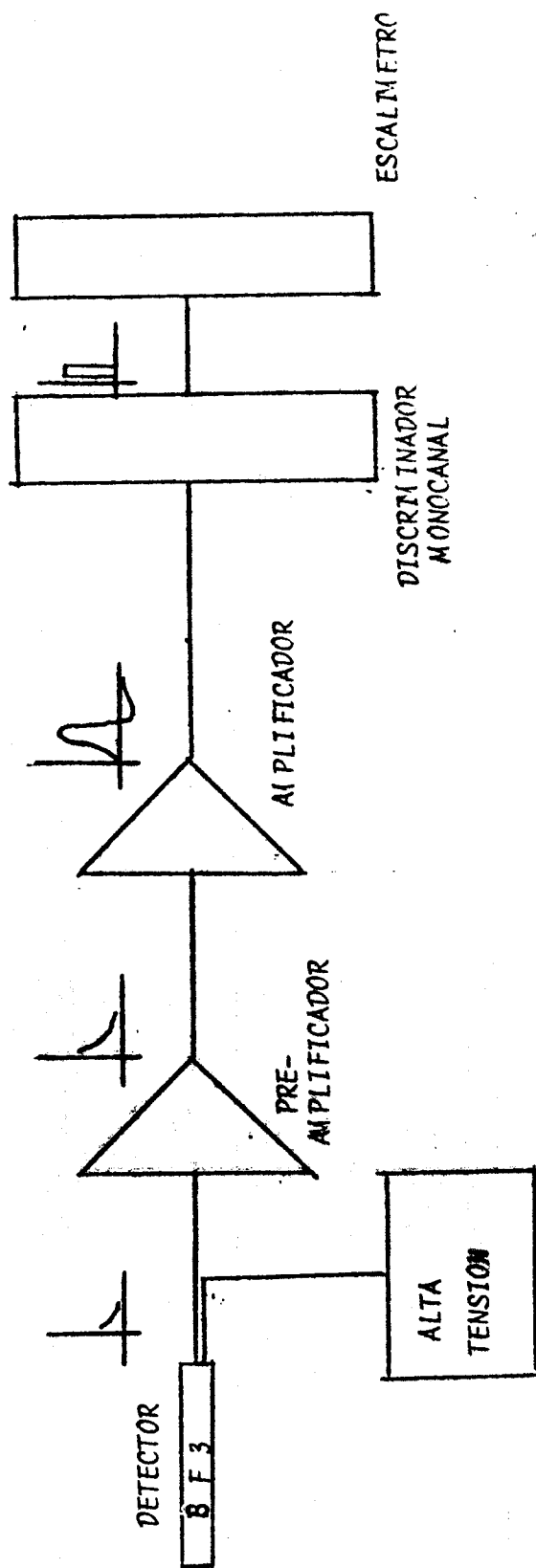


FIGURA VIII.4
 CADENA DE MEDICION DE FLUJO EN
 EL RANGO DE ARRANQUE

Este tipo de detectores tiene como características:

- alta eficiencia de detección. La sección eficaz microscópica del B-10 para la reacción (n, α) es de 3836 barns.
- bajo ruido de fondo
- alta discriminación de radiación gamma

La energía cinética de las partículas ionizantes, como resultado de la reacción (n, α) con ^{10}B es de 2.4 Mev (93%) y 2.85 Mev (7%).

La altura promedio de los pulsos debidos a los rayos gamma es aproximadamente $\frac{1}{100}$ de la altura máxima debida a la radiación α de la reacción (n, α) .

El amplificador conformador admite pulsos de entrada exponenciales (amplitud máxima 1V) provenientes del pre amplificador y su salida son pulsos gaussianos (amplitud máxima 9V), compatibles con la entrada del discriminador monocanal.

El discriminador monocanal no admite los pulsos que no corresponden a las partículas α provenientes de las reacciones (n, α) .

REFERENCIAS

- (1) G. BELL y S. GLASSTONE
 "Nuclear Reactor Theory"
 Van Nostrand Reinhold Co. New York 1970
- (2) J. FERZIGER y P.F. ZWEIFEL ✓
 "The Theory of Neutron Slowing Down in Nuclear Reactors"
 The M.I.T. Press. Massachusetts. 1966
- (3) B. DAVISON
 "Neutron Transport Theory"
 Oxford University Press. Londres 1957
- (4) K.M. CASE y P.F. ZWEIFEL
 "Existence and uniqueness theorems for the neutron transport equation"
 Journal of Mathematical Physics
 Volumen 4 No. 11 pag. 1376 (1963)
- (5) K.M. CASE, J.H. FERZIGER y P.F. ZWEIFEL
 "A symptotic Reactor Theory"
 Nuclear Science and Engineering. 10, 352
 (1961)
- (6) A. WEINBERG y E. WIGNER
 "The Physical Theory of Neutron Chain Reactors"
 The University of Chicago Press. Chicago 1959
- (7) E. INONU
 "On the validity of the Second Fundamental Theorem for small Reactors"
 Nuclear Science and Engineering 5, 248 (1959)
- (8) A. BLAQUIERE
 "Théorie de la réaction de fission en chaîne"
 Institut National de Sciences et Techniques Nucleaires.
 Presses universitaires of France.
 Paris 1962
- (9) R. CARO
 "Física de Reactores Nucleares".
 Publicaciones de la Junta de Energía Nuclear, Madrid
 1976

- (10) J.H. MARABLE . M. TOBIAS
"An observation on the Material Bucklings of the Multigroup
Diffusion Equations"
Nuclear Science and Engineering 45, 86 (1971)
- (11) ARGONNE NATIONAL LABORATORY
"Reactor Physics Constants"
United States Atomic Energy Comission.
ANL 5800 1963
- (12) R. LAMARSH
"Introduction to Nuclear Reactor Theory"
Addison Wesley Publishing Company Inc. Reading
Massachusetts (1966)
- (13) F. DIFILIPPO
Comunicación Personal . Lima Diciembre 1978
- (14) F. DIFILIPPO y R. WALDMAN
"Introducción a la cinética nuclear"
Comisión Nacional de Energía Atómica.
Buenos Aires, 1974.
- (15) M.A. SCHULTZ
"Control of Nuclear Reactors and Power Plants"
Mc Graw Hill 1961
- (16) D.D. GLOWER
"Experimental Reactor Analysis and radiation measurements"
Mc Graw Hill 1965
- (17) C. DOMINGO et al
"Dispositivo para ensayos críticos (RA-1.5)"
Comisión Nacional de Energía Atómica.
Informe No. 11. Buenos Aires 1959
- (18) F. ALSINA Y O.M. GAMBA
"Construction and start-up of the First Argentine Reactor
(RA1)"
Proceedings of the Second United Nations International Con-
ference on the Peaceful uses of Atomic Energy. P/1584.
Geneva 1958

- (19) J. HADSEN y S. MCLAUGHLIN
"Start up of the ROK high flux reactor: low power test results and first operating experience"
Conference on Light Water Moderated Research Reactors. TID 7623. Tennessee 1962
- (20) H. MACHADO et al
"Calibracao inicial do reactor nuclear do Laboratorio de Física e engenharia nucleares"
Publicacoes do Laboratorio de Física e Engenharia Nuclear, res. LFEN - NI. 10 a
Sacavem 1963
- (21) CNEA
"Informe Preliminar de Seguridad del RPO"
Comisión Nacional de Energía Atómica. Buenos Aires 1971.
- (22) CENTRONIC
"Boron trifluoride and Boron lined neutron detectors for nuclear instrumentation"
Twentieth Century Electronics Ltd.
Croydon 1968