SOLUCIÓN ANALÍTICA Y NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN CINÉTICA PUNTUAL DE UN REACTOR PARA 1 Y 6 GRUPOS

Zúñiga A. (1) azuniga@ipen.gob.pe; Bruna R. (2) rbruna@ipen.gob.pe; Paredes P. (3); Oré J. (4)

(1) Dirección General de Instalaciones – IPEN / Lima, Perú
(2) Departamento de Cálculo, Análisis y Seguridad – IPEN / Lima, Perú
(3) Universidad Nacional Mayor de San Marcos / Lima, Perú
(4) Universidad Nacional de Ingeniería / Lima, Perú

Resumen

Se plantean las ecuaciones cinéticas para 1 y 6 grupos de neutrones, para el modelo de reactor nuclear puntual y se resuelven tanto analítica como numéricamente. Tanto la solución analítica vía la transformada de Laplace como la numérica son efectuadas con el software Mathematica. Los resultados se presentan en función de reactividades positivas. Los gráficos permiten apreciar los fenómenos físicos asociados con la evolución de la población neutrónica en función del parámetro reactividad.

1. Descripción Teórica

La variación de la población neutrónica en el reactor nuclear con el tiempo puede ser vista como un problema de balance entre los términos de producción (P) y destrucción (D),

$$\frac{dN}{dt} = P - D \tag{1}$$

En la literatura [1,2] se ha presentado en detalle las correspondientes expresiones para dichos términos, que bajo ciertas limitaciones tales como no considerar los parámetros posición, ángulo sólido y energía, el MRP a pesar de su simplicidad es muy usado en el trabajo rutinario con reactores nucleares.

ECUACIONES DE LA CINÉTICA PUNTUAL

Para un grupo de neutrones retardados

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\$-1}{\Lambda^*} n(t) + \lambda c(t) \tag{2}$$

$$\frac{dc(t)}{dt} = \frac{n(t)}{\Lambda^*} - \lambda c(t) \tag{3}$$

donde:

$$n(t) = \frac{N(t)}{N(t=0)}; \quad c(t) = \frac{C(t)}{C(t=0)}$$

N(t) : densidad neutrónica
C(t) : concentración de precursores de neutrones
λ : constante de decaimiento de los precursores
β : fracción efectiva de neutrones retardados
ρ : reactividad absoluta
$\$ = \rho/\beta$: reactividad en dólares
$\Lambda^* = \Lambda/\beta$: tiempo entre generaciones reducido

En nuestro trabajo utilizamos las constantes nucleares, Keepin[1965]:

Grupo ***i***	b_i	λ_i **(s^{-1})**	τ_i **(s)**
1	0.033	0.0124	80.645
2	0.219	0.0305	32.787
3	0.196	0.1110	9.009
4	0.395	0.3010	3.322
5	0.115	1.1400	0.877
6	0.042	3.0100	0.332

Donde:

b_i, constante de producción relativa de neutrones retardados del grupo i-ésimo.
$\tau_i = 1/\lambda_i$, tiempo de vida de los neutrones retardados del grupo i-ésimo

Para diferenciar los comportamientos en el tiempo (largos, $\lambda = 0.08\ s^{-1}$ y cortos, $\lambda = 0.4\ s^{-1}$) posteriores a la inserción de reactividad, utilizamos dos criterios de definición del único parámetro λ

$$\lambda = \left[\sum_{i=1}^{m} b_i \frac{1}{\lambda_i}\right]^{-1} \tag{4}$$

$$\lambda = \left[\sum_{i=1}^{m} b_i \lambda_i\right] \tag{5}$$

Para seis grupos de neutrones retardados

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\$-1}{\Lambda^*} n(t) + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i c_i(t) \tag{6}$$

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{b_i\, n(t)}{\Lambda^*} - \lambda_i\, c_i(t) \qquad i = 1,2,\ldots,6$$

(7)

Para resolver este sistema definimos las condiciones iniciales siguientes:

$$n(t=0) = 1 \text{ y}$$

$$c_{i0} = c_i(t=0) = \frac{b_i}{\lambda_i \Lambda^*} \qquad i = 1,2,\ldots,6 = \text{m}$$

Para una inserción de reactividad "tipo escalón", se demuestra que la solución para n(t) presenta la forma siguiente

$$n(t \geq 0) = \sum_{j=1}^{m+1} B_j e^{s_j t} \qquad (8)$$

Paralelamente surge la conocida ecuación *inhour,* que relaciona las raíces s_j correspondientes al valor de la reactividad insertada

$$\$ = s_j \Lambda^* + \sum_{i=1}^{m} \frac{b_i s_j}{s_j + \lambda_i} \qquad (9)$$

2. Resultados

Para un grupo de neutrones retardados:

El sistema de ecuaciones diferenciales lineales (2) y (3), se resolvieron analíticamente por el método de la Transformada de Laplace, con “Mathematica 3.0”.

En las figuras 1 y 2 se muestran los resultados para una inserción de reactividad de \$ = 0.1, para tiempos cortos (transitorio) y largos (persistente), respectivamente

$$n(t) = -0.110\, e^{-90.444t} + 1.110\, e^{0.044t}$$

$$n(t) = -0.111 e^{-90.089t} + 1.111 e^{0.009t}$$

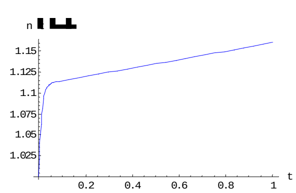

Figura 1. Evolución transitoria de la población neutrónica para \$ = 0.1.

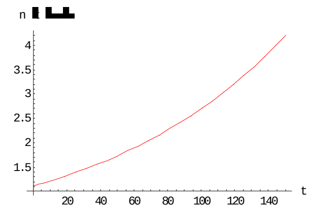

Figura 2. Evolución persistente de la población neutrónica para \$ = 0.1.

Utilizando la ecuación Inhour para los λ mencionados (asintotas en la figura 3) las dos raíces s_j correspondientes son

i) Para la evolución transitoria: s = {-90.444 , 0.044}

ii) Para la evolución persistente: s = {-90.089, 0.009}

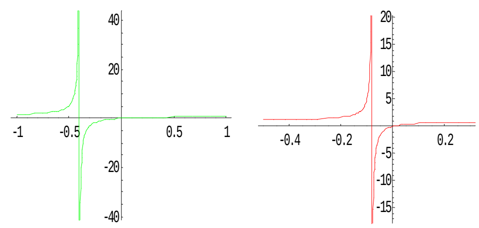

Figura 3. Representación de las raíces de la ecuación Inhour, para las evoluciones transitoria y persistente respectivamente a un grupo de neutrones retardados.

Resolviendo numéricamente el sistema (2) y (3) con *Mathematica*, se obtiene n(t) para este mismo valor de inserción de reactividad, figuras 4 y 5:

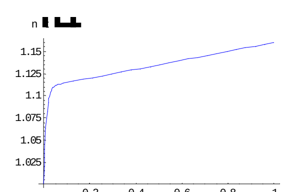

Figura 4. Resultado numérico de la evolución transitoria de la población neutrónica para \$ = 0.1.

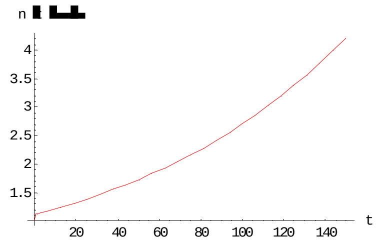

Figura 5. Resultado numérico de la evolución persistente de la población neutrónica para$ = 0.1.

Para seis grupos de neutrones retardados:

Análogamente se resuelve analíticamente el sistema de ecuaciones (6) y (7), resultando:

$$n(t) = -0.1099e^{-90.455t} - 0.0043e^{-2.884t} - 0.0119e^{-1.012t} - 0.0399e^{-0.187t}$$
$$-0.0877e^{-0.063t} - 0.0299e^{-0.014t} + 1.2838e^{0.010t}$$

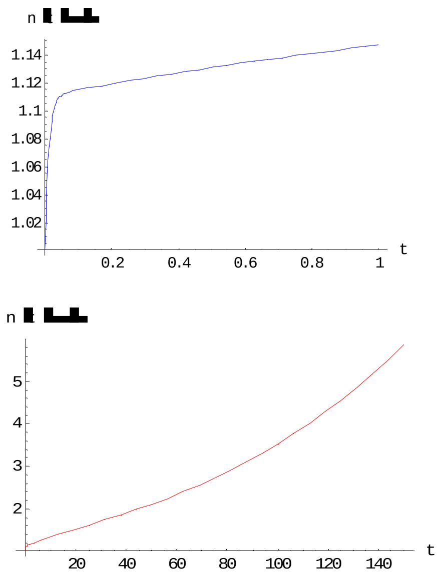

Figura 6. Evolución de la población neutrónica para seis grupos, $ = 0.1. (Solución analítica)

Resolviendo numéricamente el sistema (6) y (7) con Mathematica, se obtiene n(t) para este mismo valor de inserción de reactividad, figura 7:

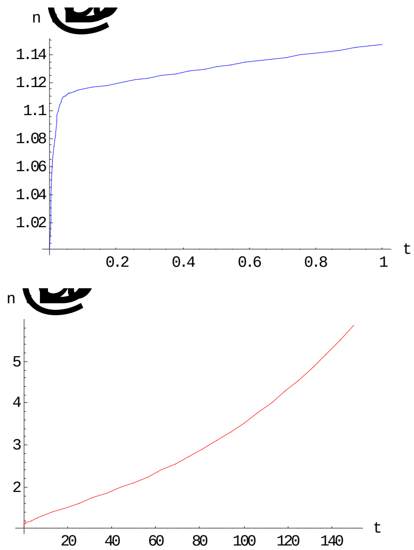

Figura 7. Evolución de la población neutrónica para $ = 0.1. (Solución numérica).

Utilizando la ecuación Inhour, las siete raíces s_j correspondientes son:

s_j = {-90.455, -2.884, -1.012, -0.187, -0.063, -0.014, 0.010}

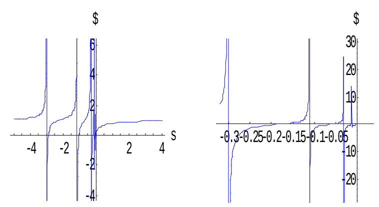

Figura 8. Representación de las raíces de la ecuación Inhour, para la evolución de la población neutrónica a seis grupos de neutrones retardados.

3. Referencias

1. Gómez, Angel, Notas: Cinética de Reactores. Postgrado en Reactores Nucleares. Módulo "Física de Reactores" I.E.S.D.E 1997 (Reporte interno).

2. Duderstadt J.J. and Hamilton L.J., Nuclear Reactor Analysis. John Wiley & Sons. New York. 1976. 650 p.

3. Wolfram, Stephen, “Mathematica 3.0”, Manual. Wolfram Research, 1996.

4. Keepin, G. Robert, Physics of Nuclear Kinetics. Addison-Wesley, Massachusetts, 1965. 435 p.